

Notas de aulas: Lucas Xavier (www.wikifisica.com)

Hidroestática

Nesta aula, estamos iniciando o estudo da hidroestática, que é um ramo da **hidromecânica**.

Hidromecânica é o ramo da **Mecânica** que trata do equilíbrio e movimento dos fluidos e dos sólidos neles imersos, compreendendo a hidroestática e a hidrodinâmica. A hidroestática estuda a pressão e o equilíbrio dos líquidos e dos gases que se submetem à ação da gravidade e a hidrodinâmica estuda os movimentos de fluidos incompressíveis e a sua interação com a superfície de corpos sólidos.

HIDROSTÁTICA

Objeto de estudo: A hidroestática estuda o comportamento dos fluidos (líquidos e gases) em equilíbrio. Ela está fundamentada em três teoremas básicos: Stevin, Pascal e Arquimedes.

Nota! Entende-se por um líquido em equilíbrio quando suas moléculas não apresentam aceleração em relação a um sistema de referência inercial.

O estudo que desenvolveremos a seguir refere-se a líquidos ideais. Consideramos um líquido ideal quando:

- não possuir viscosidade.
- não aderir as paredes do recipiente que está contido.
- for incompressível (densidade constante).

DENSIDADE DE UM CORPO (d): considere um corpo de massa m que ocupa um volume v . Define-se densidade de um corpo (d) como a razão entre sua massa (m) e o volume ocupado (v):

$$d = \frac{m}{v}$$

$$[d] = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \text{ etc.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 \\ 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ Litro} \end{array} \right.$$

NOTA! Uma substância pura sob pressão e temperatura constante, tem sua massa diretamente proporcional ao seu volume. Ou seja,

$$\frac{m}{v} = \text{constante} = \mu$$

$$\mu = \frac{m}{v}$$

→ massa específica ou densidade absoluta

Apesar da fórmula de densidade e de massa específica serem iguais, o conceito é diferente. Massa específica é definida para substâncias homogêneas e maciças.

Densidade é definida para um corpo qualquer (homogêneo ou heterogêneo), podendo ser maciço ou oco. Então se o corpo for maciço e homogêneo, a densidade do corpo coincidirá com a densidade do material, porém quando o corpo apresentar partes ocas, a densidade do corpo será menor que a densidade do material.

Exemplo: uma esfera oca de alumínio flutua em água por ter uma densidade menor que a da água, ao passo que uma esfera maciça de alumínio afunda por ser mais densa do que a água.

Leitura: Coisa de louco: Voando com balões

Era uma hora da tarde do domingo (20/04/08), em Paranaguá (PR), quando o padre Adelir de Carli, 41 anos, se benzeu, acenou e partiu para dourados (MS), atado a mil balões de gás hélio. **Ele não ouviu o alerta de que a sua aventura era temerária naquele dia por causa do mau tempo.** “Voarei por cima das nuvens”, disse. Às 21h, ele ligou para a polícia. Não sabia usar o GPS e seu celular estava sem cobertura. Até a sexta-feira 25, esse fora o seu último contato. Ele desapareceu. Parte dos balões foi encontrada na orla de Santa Catarina.

O gás hélio é menos denso que o ar, por isso sobe. Não há controle de direção, o aventureiro fica à mercê do vento. Para descer, é preciso estourar ou soltar pouco a pouco os balões.

Notas:

1) Navio flutuante: $\mu_{\text{ferro}} = 7,8 \text{ g/cm}^2$ e $\mu_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^2$, graças aos e espaços vazios, a densidade do navio é menor que a massa específica da água ($\mu_{\text{navio}} < \mu_{\text{agua}}$), por isso ele não afunda.

2) Quando uma substância é aquecida, seu volume aumenta e, por isso, sua massa específica diminui. Já viu como o óleo quente fica mais “ralo”?

Tabela contendo as massas específicas de algumas substâncias (a 0°C e a pressão de 1 atm).

Substâncias	$\mu \text{ (g/cm}^3\text{)}$
hidrogênio	0,00009
ar	0,0013
cortiça	0,24
gasolina	0,70
gelo	0,92
água	1
água do mar	1,03
glicerina	1,25
alumínio	2,7
ferro	7,6
cobre	8,9
prata	10,5
chumbo	11,3
mercúrio	13,6
ouro	19,3
platina	21,4

A massa específica da água é máxima a 4°C (já que seu volume é mínimo) e vale 1 g/cm^3 . As variações de $\mu_{\text{H}_2\text{O}}$ com a temperatura são muito pequenas e, para todos os efeitos práticos adote: $\mu_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ kg/L} = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/L}$.

Densidade relativa: A densidade relativa ($d_{1,2}$) de um material é dada pela razão entre a massa específica dele (μ_1) e a massa específica de outro material (μ_2). Para determiná-la, usamos a seguinte equação: $d_{1,2} = \mu_1 / \mu_2$.

Note que a densidade relativa expressa quantas vezes a massa específica de um determinado material equivale à do outro.

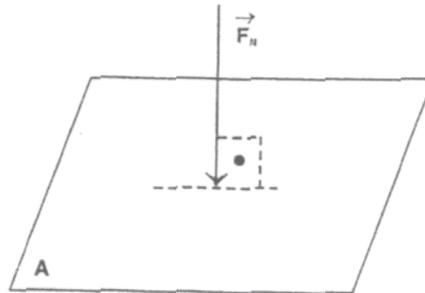
Exemplo: $d_{\text{ouro, alumínio}} = d_{\text{ouro}} / d_{\text{alumínio}} = 19,6 / 2,7 = 7,15$, ou seja, se os volumes forem iguais, a massa de ouro será 7,15 maior do que o alumínio.

Peso específico (ρ): é a razão entre o seu peso (P) e o volume correspondente (V). Para determiná-lo, usamos a seguinte equação: $\rho = P/V$.

È utilizado para análise de pressão, desenvolvimento de sistemas de flutuações com ou sem total submersão, comparação de desníveis de colunas líquidas de líquidos imiscíveis, etc.

Significado físico: ex. $\rho_{\text{cortiça}} = 2,4 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$ conclui-se que em condições normais 1 m^3 de cortiça pesa $2,4 \cdot 10^3 \text{ N}$.

PRESSÃO: defini-se pressão sobre uma superfície como a grandeza escalar dada pela razão entre a intensidade da componente normal da força atuante e a área da superfície.



\vec{F}_N : Componente normal à superfície de área A.

$$p = \frac{|\vec{F}_N|}{A}$$

Quanto menor for à área sobre a qual atua uma força, maior será a pressão que ela produz.

Na construção civil podemos diminuir a pressão exercida por certa força, aumentando a área sobre a qual ela atua.

$$[p] \xrightarrow{\text{s. i.}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pascal (Pa)}$$

Outras unidades:

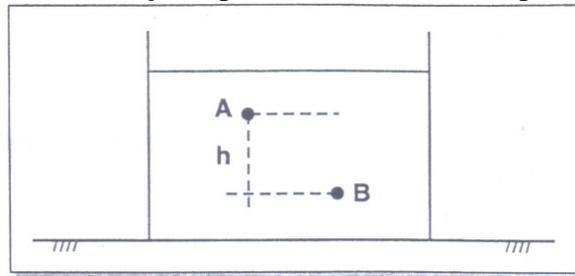
$$* \text{Atmosfera (atm)} = \frac{1 \text{ kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{9,8}{1,0 \times 10^{-4}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$1 \text{ ATM} = 9,8 \times 10^4 \text{ Pa} \cong 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$$

* Milímetro de Mercúrio (m Hg):

$$1 \text{ ATM} \cong 1,0 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$$

TEOREMA DE STEVIN: a diferença de pressão entre dois pontos qualquer de um fluido homogêneo, em equilíbrio e sob a ação da gravidade, é dada pelo produto do peso específico pelo desnível (diferença de profundidade) entre os pontos considerados.



$$p_B - p_A = \mu \cdot g \cdot h$$

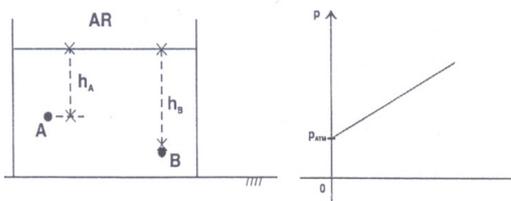
Nota! O teorema de Stevin é válido para líquidos e gases, porém como a densidade de um gás é relativamente pequena, a diferença de pressão se torna relevante para alturas muito grandes.

Assim, para um gás contido em um recipiente, de dimensões normais, consideramos a pressão como a mesma em todos os pontos da massa gasosa.

- **Gráfico:** $\text{tg } \theta$ = quando mais denso for o líquido, maior será o ângulo θ .

Nota! Se o recipiente que contém o líquido tiver aceleração constante (não-nula) em relação a superfície terrestre, a superfície ficará inclinada de um ângulo θ que dependerá da aceleração e as regiões isobáricas serão planos paralelos a superfície livre.

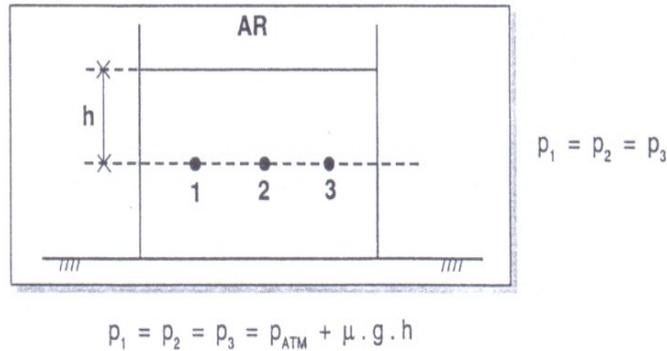
Superfície livre:



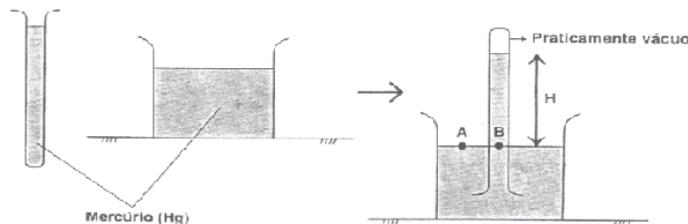
$$\begin{cases} p_A = p_{ATM} + \mu \cdot g \cdot h_A \\ p_B = p_{ATM} + \mu g h_B \end{cases}$$

Logo se o líquido estiver em equilíbrio, pontos situados numa mesma horizontal serão isóbaros (mesma pressão).

A pressão no interior de um líquido aumenta linearmente com a profundidade.



EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI: Quanto menor a μ , maior o valor de H.



Pelo teorema de Stevin:

$$p_A = p_B \rightarrow \begin{cases} p_B = m_{Hg} \cdot g \cdot h \\ p_A = p_{ATM} \end{cases}$$

Logo, a pressão atmosférica é igual à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de altura H.

No nível do mar: $H = 76 \text{ cm} = 760 \text{ mm}$

Logo,

$1 \text{ ATM} = 760 \text{ mmHg} = 76 \text{ cmHg} \sim 10^5 \text{ Pa}$ (Pascal).

Nota: i) Uma pessoa explodiria se fosse retirada da atmosfera terrestre para o vácuo (espaço sideral). A pressão interna do corpo seria muito maior do que a pressão externa (quase nula, no vácuo) e “empurraria” as moléculas para fora do corpo. Este é um dos motivos pelos quais os astronautas usam roupas especiais para missões fora do ambiente pressurizado de suas naves.

ii) A P_{atm} diminui à medida que aumenta a altitude (ar menos denso).

iii) Avião (~12km de altura) tem seu interior pressurizado(~ 1 atm): os passageiros poderiam desmaiar por falta de oxigênio.

iv) Tomando refrigerante com canudinho: você puxa o ar de dentro do canudinho e a P_{atm} atua na superfície do líquido fazendo-o subir no canudinho.

v) Implicações da pressão no ser humano → ciclo da contração cardíaca:

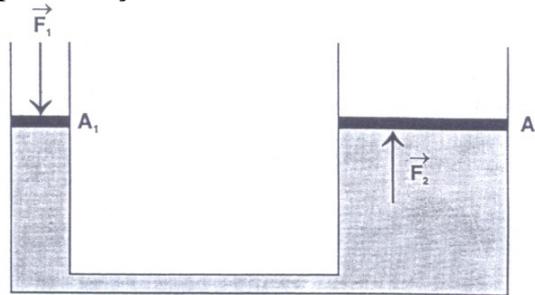
a) **Sístole**: contração do coração acima da P_{atm} ($P_{normal} = 120 \text{ mmHg}$).

b) **Diástole**: relaxamento dos músculos cardíacos acima da P_{atm} ($P_{normal} = 80 \text{ mmHg}$).

TEOREMA DE PASCAL

Num líquido em equilíbrio, qualquer acréscimo de pressão é, integralmente, transmitido a todos os pontos do fluido.

A **PRENSA HIDRÁULICA**: é uma máquina simples, fundamentada no teorema de Pascal e capaz de multiplicar forças.



$$\begin{cases} P_1 = P_2 \\ \frac{|\vec{F}_1|}{A_1} = \frac{|\vec{F}_2|}{A_2} \end{cases}$$

Dependendo da relação A_1/A_2 , podemos multiplicar o valor de $|\vec{F}_1|$, ou seja:

$$|\vec{F}_2| = \frac{A_2}{A_1} \cdot |\vec{F}_1|$$

$|\vec{F}_2|$ será tanto maior, quanto maior for a relação $\frac{A_2}{A_1}$.

• **Vantagem Mecânica (V_m)**: é o número pelo qual a força é multiplicada é chamada de vantagem mecânica.

$$V_m = F_1 / F_2 = A_1 / A_2$$

Se os êmbolos tem a forma cilíndrica, suas áreas são dadas por:

$$A_1 = \pi r_1^2 \quad A_2 = \pi r_2^2 \quad \text{em que } r_1 \text{ e } r_2 \text{ são os raios dos êmbolos:}$$

$$V_m = A_2 / A_1 = (R_2 / R_1)^2$$

• **Conservação do Trabalho**: Sendo d_1 o deslocamento do embolo 1 e d_2 o deslocamento do embolo 2 (d_1 e d_2 não estão representados na figura) e lembrando que o líquido é incompressível (volume constante), temos que o volume líquido que desce em 1 é igual ao volume líquido que sobe em 2:

A relação anterior traduz a conservação do trabalho nas máquinas simples: “em uma prensa hidráulica, o trabalho da força aplicada ao embolo menor é igual ao trabalho da força transmitida ao embolo maior”.

•**Aplicação:** freios de automóveis, macaco hidráulico, elevadores de carros de postos de gasolina, etc.

VASOS COMUNICANTES (LÍQUIDOS EM EQUILÍBRIO)

•**Mesmo Líquido:** a força que o líquido exerce no fundo do recipiente tem intensidade dada pelo produto da pressão pela área da base do recipiente: $F=PA$; se todos os recipientes tiverem a mesma área da base, as forças também terão a mesma intensidade. *O fato de a pressão e a força não dependerem da forma do recipiente nem da quantidade de líquido é chamado de paradoxo hidrostático.*

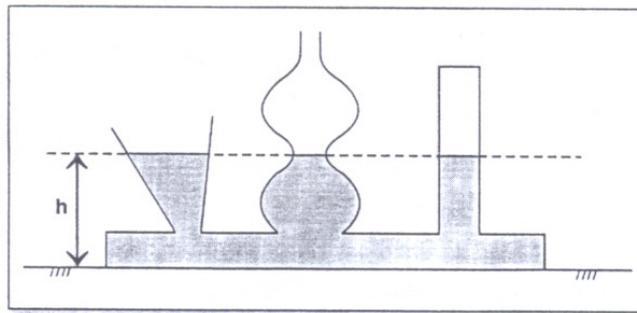
PARADOXO HIDROSTÁTICO

Afirmção ou construção de natureza teórica que, aparentemente, indica uma contradição lógica numa teoria, apresentando argumentos que favorecem a observação de resultados experimentais contraditórios e incompatíveis. É fruto de uma análise errônea de um fenômeno, ou de uma aplicação equivocada da teoria.

Um paradoxo elementar famoso é o *paradoxo hidrostático* que assim se enuncia: dois frascos têm as bases com a mesma área e estão cheios de água até a mesma altura. Um deles é cilíndrico e o outro tronco-cônico, com a base maior para cima. Este contém, pois, mais água que o primeiro. As forças resultantes da pressão que agem nas duas bases são idênticas, pois só dependem da altura da água. Portanto, se estas forças iguais agirem sobre os pratos de uma balança, elas devem provocar o equilíbrio do instrumento. Isto não acontece, porém, pois a balança indica que o frasco tronco-cônico exerce maior força que o outro.

O paradoxo baseia-se numa análise incorreta das forças envolvidas no equilíbrio da balança que não são as forças de pressão, mas o peso da massa de água contida nos frascos.

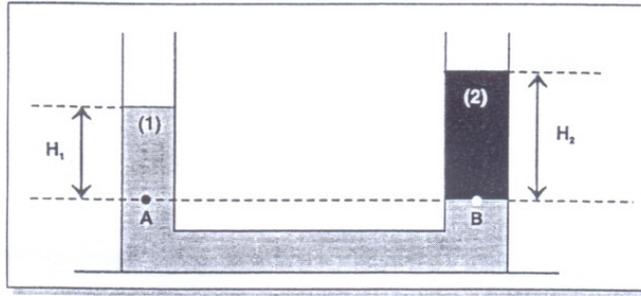
A pressão que o líquido exerce no fundo do recipiente é dada por: $P = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$ e será a mesma em todos os casos esquematizados abaixo (*Mesmo líquido: Mesma altura para a superfície livre do líquido.)



Força no fundo do recipiente: $P = F/A \rightarrow F = P \cdot A$, se $A_1 = A_2 = A_3$, então $F_1 = F_2 = F_3$

VASOS COMUNICANTES: sifão de vaso sanitário, tanque, pia, etc.

LÍQUIDOS IMISCÍVEIS:



$$p_A = p_B$$

$$p_{ATM} + \mu_1 \cdot g \cdot H_1 = p_{ATM} + \mu_2 \cdot g \cdot H_2$$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{H_2}{H_1}$$

O líquido de maior massa específica terá coluna líquida de menor altura e vice-versa.

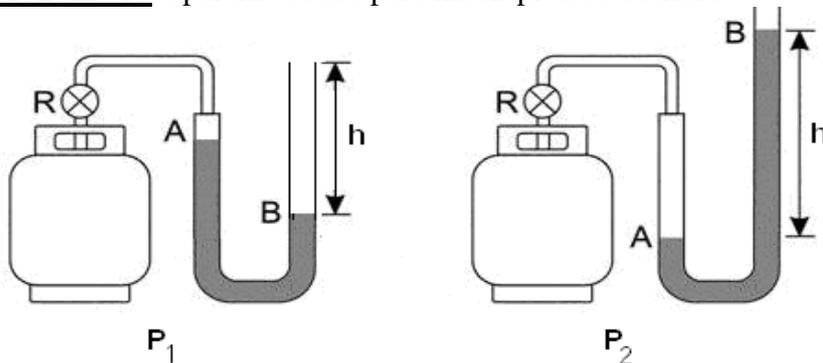
Mangueira de nível: usadas na construção civil.

$$p_A = p_B$$

$$p_{ATM} + \mu \cdot g \cdot H_1 = p_{ATM} + \mu \cdot g \cdot H_2$$

$$H_1 = H_2$$

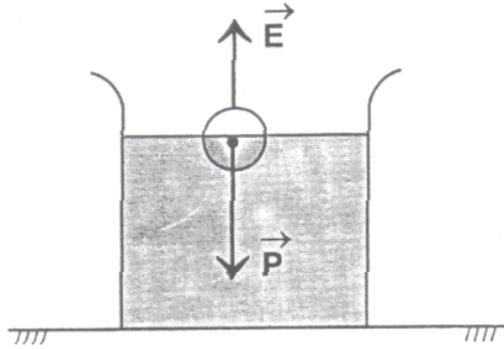
Manômetro: aparelho usado para medir pressão de fluido.



$$P_{gás, 1} = P_{atm} - \mu_{liq} \cdot g \cdot h$$

$$P_{gás, 2} = P_{atm} + \mu_{liq} \cdot g \cdot h$$

TEOREMA DE ARQUIMEDES: quando um sólido é mergulhado total ou parcialmente em um fluido homogêneo, em equilíbrio e sob a ação da gravidade, ele fica sujeito a uma força, aplicada pelo fluido, denominada EMPUXO (E) e com as seguintes características:



- E: Empuxo: {
- * Direção: vertical.
 - * Sentido: para cima.
 - * Módulo: igual ao do peso do líquido deslocado.

Empuxo

Considere um objeto de forma cilíndrica, imerso no interior de um recipiente contendo água.

Sabemos que a pressão aumenta quando aumenta a profundidade, portanto a resultante das forças exercida pela água na parte inferior (**F2**) do cilindro é maior que a resultante das forças exercida pela água na parte superior (**F1**) do cilindro e as forças laterais se anulam. A resultante das forças **F1** e **F2**, vai ser a diferença entre estas duas forças atuando na vertical, de baixo para cima, que é denominada empuxo. Além destas forças, tem-se também a força peso do cilindro, **p**, e a força indicada no dinamômetro, **pa**, quando o cilindro está imerso no líquido (fig. 4.1).

Vamos demonstrar o princípio de Arquimedes cujo enunciado é:

“Quando um corpo é imerso em um líquido, ele sofre uma força de baixo para cima, denominada empuxo, E, que é igual ao peso do líquido deslocado”.

Expressão: $E = \rho L = \rho L V L g$

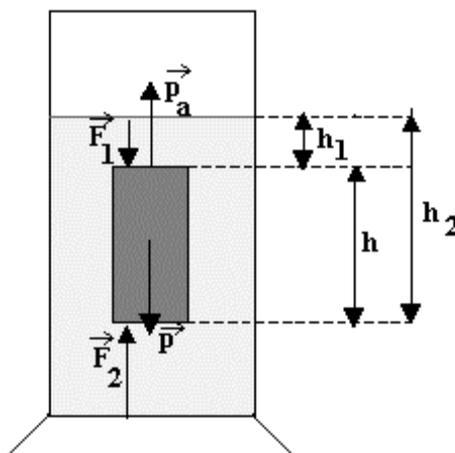


Figura – Forças que atuam em um corpo imerso em um fluido
Como o cilindro está em equilíbrio no interior do líquido, a resultante das forças que atuam sobre ele é nula, obtendo:

$$E = F_2 - F_1 = p - p_a$$

Substituindo o cilindro imerso por igual volume de água, as forças que atuam sobre este fluido contido neste volume vão ser as mesmas que atuavam sobre o cilindro imerso; portanto o empuxo vai ser igual ao peso do volume do líquido deslocado que é o princípio de Arquimedes.

Observe na figura o que acontece com o corpo quando o empuxo é igual, maior ou menor que o peso do cilindro.

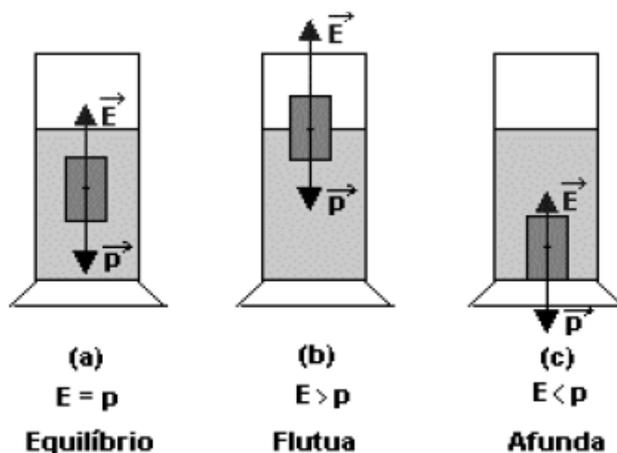


Figura – Variação da posição do cilindro no interior do líquido quando o empuxo

Fonte: CDCC – USP Experimentoteca

Notas:

- a) o ponto de aplicação do empuxo é o centro da gravidade da porção de fluido que foi deslocada pela presença do sólido.
- b) o teorema de Arquimedes pode ser aplicado mesmo no caso em que o sólido está mergulhado simultaneamente em dois (ou mais) fluidos.
- c) o teorema de Arquimedes não pode ser aplicado quando o fluido não banhar a parte inferior do sólido (ex: cubo de aço em repouso no fundo de uma piscina cheia de água). Neste caso, a força resultante aplicada pelo fluido é a força F (de cima para baixo), calculada como segue: $F=PA$, A = face superior do sólido.
- d) o teorema de Arquimedes é válido quer o sólido esteja totalmente imerso ou flutuando na superfície do líquido.

Nota:

“A densidade do sólido em relação ao líquido é igual à fração do sólido que fica imerso no líquido”

PESO DO LÍQUIDO DESLOCADO:

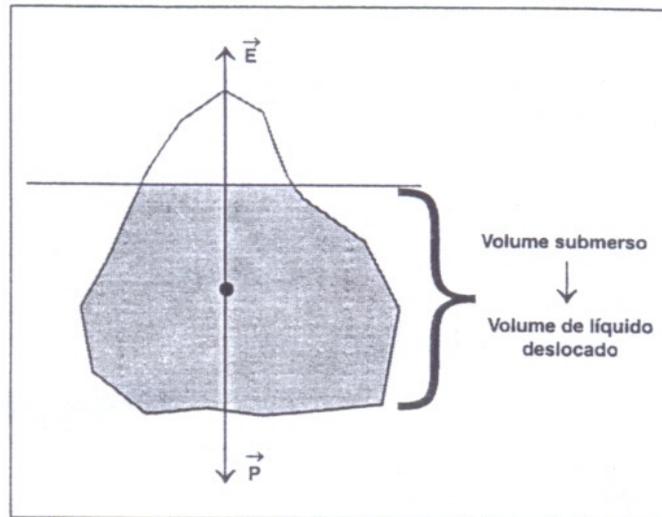
O peso do líquido deslocado será dado por:

$$E = \mu_{\text{LÍQUIDO}} \cdot g \cdot V_{\text{DESLOCADO}}$$

Note que o volume de líquido deslocado é exatamente igual ao volume submerso do corpo.

Exemplo: O caso dos icebergs.

$$\begin{cases} m_{\text{ÁGUA}} \cong 1,0 \text{ g/cm}^3 \\ m_{\text{GELO}} \cong 0,92 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$



No equilíbrio:

$$E = P$$

$$\mu_{\text{ÁGUA}} \cdot g \cdot V_{\text{DESL.}} = \mu_{\text{GELO}} \cdot g \cdot V_{\text{GELO}}$$

||
 $V_{\text{SUB.}}$

$$V_{\text{SUB.}} = \frac{\mu_{\text{GELO}}}{\mu_{\text{ÁGUA}}} \cdot V_{\text{GELO}}$$

$$V_{\text{SUB.}} = 0,92 V_{\text{GELO}}$$

Neste exemplo verificamos que mais de 90% do volume de um iceberg ficam submersos.

Nota: O teorema de Arquimedes é fundamental no mundo moderno, pois possibilitou um grande avanço tecnológico na área de flutuação dos sólidos. Nós conseguimos construir navios, submarinos, hidroaviões, sondas de perfuração submarina, bases subaquáticas, etc.

PESO APARENTE DE UM SÓLIDO IMERSO EM UM LÍQUIDO

Definição

Considere um sólido S totalmente imerso em um líquido homogêneo e em equilíbrio.

Seja P o peso do sólido e E a intensidade do empuxo que o líquido exerce sobre o sólido.

Define-se peso aparente (P_{ap}) do sólido S , imerso no líquido, pela relação:

$$P_{ap} = P - E$$

Relação com as densidades

Senda μ_s a densidade do sólido e μ_l a densidade do líquido, temos:

$$\begin{cases} P = \mu_s V g \\ E = \mu_l V g \end{cases} \Rightarrow \frac{E}{P} = \frac{\mu_l}{\mu_s}$$

$$E = \frac{\mu_l}{\mu_s} \cdot P$$

Substituindo na expressão do peso aparente, vem:

$$P_{ap} = P - \frac{\mu_l}{\mu_s} P \Rightarrow P_{ap} = P \left(1 - \frac{\mu_l}{\mu_s} \right)$$

$$P_{ap} = P \left(\frac{\mu_s - \mu_l}{\mu_s} \right)$$

Analisando a expressão anterior, concluímos:

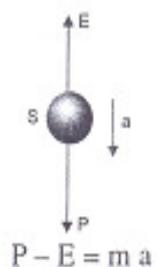
- (I) Quando $\mu_s > \mu_l \Leftrightarrow P_{ap} > 0$ e o sólido afunda.
- (II) Quando $\mu_s < \mu_l \Leftrightarrow P_{ap} < 0$ e o sólido aflora.
- (III) Quando $\mu_s = \mu_l \Leftrightarrow P_{ap} = 0$.

Neste último caso, o sólido fica em equilíbrio totalmente imerso, em qualquer posição no interior do líquido.

ACELERAÇÃO NO INTERIOR DE UM LÍQUIDO

Considere um sólido S movendo-se no interior de um líquido de modo a não perturbar muito a condição de equilíbrio do líquido (para continuar valendo a Lei de Arquimedes).

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton:



$$\mu_s V g - \mu_l V g = \mu_s V a$$

$$g (\mu_s - \mu_l) = \mu_s a$$

$$a = \left(\frac{\mu_s - \mu_l}{\mu_s} \right) g$$

$$P - E = m a$$

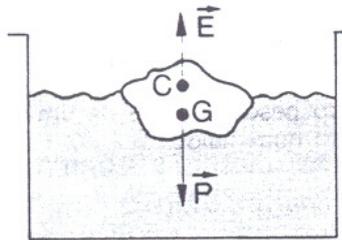
- (I) Quando $\mu_s = \mu_l \Leftrightarrow a = 0$ (MRU)
- (II) Quando $\mu_s > \mu_l \Leftrightarrow$
- (III) Quando $\mu_s < \mu_l \Leftrightarrow$

EQUILÍBRIO DOS CORPOS IMERSOS OU FLUTUANTES

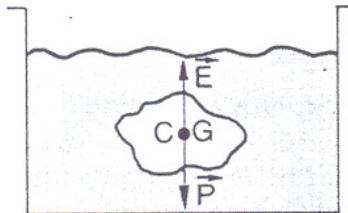
Vamos relembrar o conceito de empuxo: um corpo imerso ou flutuante está sujeito a uma força chamada empuxo, dirigida verticalmente de baixo para cima. Essa força é imposta pelo líquido deslocado, e ela é aplicada ao centro de impulsão, ou seja, ao centro de gravidade do volume de líquido deslocado. Agora podemos enunciar a condição de equilíbrio, que é a seguinte:

A condição necessária e suficiente para que um corpo imerso ou flutuante esteja em equilíbrio, é que o centro de gravidade G e o centro de impulsão C estejam situados na mesma vertical.

O equilíbrio de corpo imerso ou flutuante é estável quando G está abaixo de C .



O equilíbrio de corpo imerso ou flutuante é *indiferente* quando G coincide com C .



No caso em que G está acima de C pode ocorrer tanto equilíbrio instável quanto equilíbrio estável.

Você quer praticar caça submarina?

Então não esqueça que para cada acréscimo de 10m na profundidade atingida há um acréscimo de pressão de aproximadamente uma atmosfera. Como ao nível do mar a pressão já é de uma atmosfera, a 50m de profundidade a pressão será de seis atmosferas; a 100m será de onze atmosferas etc.

Henry descobriu que “a massa de gás dissolvida num líquido é proporcional à pressão” (lei de Henry). Portanto, se aumentar a pressão, aumentará a massa de oxigênio e de nitrogênio dissolvidos no sangue. Se a taxa de nitrogênio ultrapassar um determinado limite, o indivíduo perde o discernimento, passando a se comportar como se estivesse embriagado. Muitos mergulhadores já morreram em virtude das tolices que fizeram por causa desta “embriaguez”. Por isso as normas de segurança desaconselham o mergulho individual.

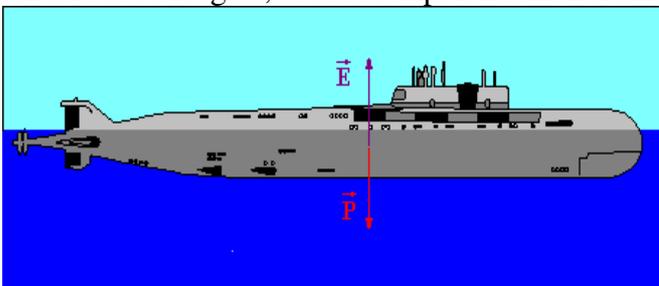
Foi possível atingir as maiores profundidades conseguidas substituindo o nitrogênio do ar pelo hélio.

O retorno à superfície deve ser muito lento para que os gases dissolvidos no sangue possam ser gradativamente eliminados. Uma subida rápida causa uma repentina diminuição de pressão que pode fazer os gases borbulharem no sangue, tal como acontece quando você abre uma garrafa de refrigerante gasoso. Isto pode transformar o mergulhador num inválido (quando não lhe causa a morte), se não forem tomadas providências urgentes, como a de colocar o mergulhador numa câmara de descompressão.

LEITURA: Naufrágio do submarino russo Kursh



No dia 12 de agosto de 2000, um acidente com o submarino nuclear russo chocou o mundo. Com uma tripulação de 118 pessoas, a embarcação afundou nas frias águas do mar de Barents devido à duas explosões de origens desconhecidas. Apesar das tentativas de resgate, todos os tripulante morreram.



O submarino pode controlar sua flutuação, de acordo com sua densidade ($d = m/V$, onde d é a densidade, m é a massa e V volume) comparativamente com a da água em que está, permitindo sua imersão ou emersão. Para isso, o submarino tem tanques de lastro que estão cheios de ar e a densidade total do submarino é menor que a da água ao seu redor (o submarino flutua). Na submersão, o próprio peso da embarcação faz com que a água flua naturalmente pelas aberturas de alagamento distribuídas no fundo do casco. Os tanques de lastro se enche de água e o ar que ali estava escapa do submarino até que sua densidade total seja maior do que a da água que o cerca e então o submarino afunda. Para manter o submarino em uma determinada profundidade, regula-se a quantidade de ar e água dentro dos tanques de lastro de maneira que sua densidade total seja igual a da água ao seu redor (o submarino fica submerso e em equilíbrio).

Para que haja emersão, ar comprimido é bombeado para os tanques de lastro (o que também é feito em caso de acidente, mas com ar comprimido a alta pressão, para

que a subida à superfície seja mais rápida) e a água é forçada para fora do submarino até que sua densidade total seja menor que a da água ao seu redor.

Quando o submarino afunda devido a uma colisão ou à uma explosão, a tripulação imediatamente envia uma mensagem de socorro e, dependendo do desastre o reator nuclear é desligado e a energia elétrica é mantida apenas por baterias. O socorro poderá ser feito por um veículo de resgate (minisubmarino) para remover a tripulação. Uma outra maneira seria a de elevá-lo até a superfície através de bóias que seriam colocadas ao seu redor e infladas para fazê-lo flutuar.

Porem, o sucesso do resgate esta relacionado a alguns fatores que incluem a profundidade do submarino, o terreno do fundo do mar, as correntes marítimas e as condições do tempo na superfície.

Particularmente no acidente de Kursk, a grande profundidade praticamente determinou a sorte da tripulação. Submerso a mais de 100m, é muito difícil resgatar qualquer pessoa em vista da grande pressão de água. Pelo teorema de Stevin, a pressão hidrostática, isto é, a pressão devida apenas a coluna de liquido ($PH=d.g.h$, onde PH é a pressão hidrostática, d é a densidade do liquido, g é a aceleração da gravidade e h a altura da coluna de liquido), ultrapassa 10 atmosferas. A essa pressão, para resgatar os marinheiros em um submarino, segundo os oficiais russos, seriam necessárias até sete horas para trazê-los a tona. Tal subida lenta seria necessária a fim de se evitar males de descompressão, que poderiam até mesmo ser fatais. Um leigo poderia perguntar-se por que os marinheiros não poderiam deixar o submarino e subir simplesmente prendendo a respiração. Se saíssem do submarino, os homens morreriam esmagados pela fortíssima pressão.

Em ambiente menos hostil, os tripulantes poderiam sair nadando pelos tubos de disparo, vestindo trajes pressurizados. Para tal procedimento, a baixa temperatura do oceano – cerca de 4°C – seria mais uma dificuldade a ultrapassar, e a tripulação teria hipotermia – diminuição excessiva da temperatura normal do corpo – quando a temperatura de seus corpos começasse a ficar muito mais baixa que 37°C.

Um outro agravante foi a falta de comunicação. Em casos de acidente, a tripulação de um submarino se comunica com o resgate por meio de um sistema de comunicação que emite ondas sonoras. No Kursk, este sistema pode ter sido danificado no acidente e, nesse caso, os únicos sinais vindos do submarino só poderiam ser produzidos por batidas nas paredes do casco, cujo ruído é captado na superfície por sensíveis sonares.

Em decorrência de uma serie de condições adversas, o tempo para o resgate da tripulação foi se esgotando nos dias em que se sucederam a tragédia, sepultando a chances de haver algum sobrevivente.

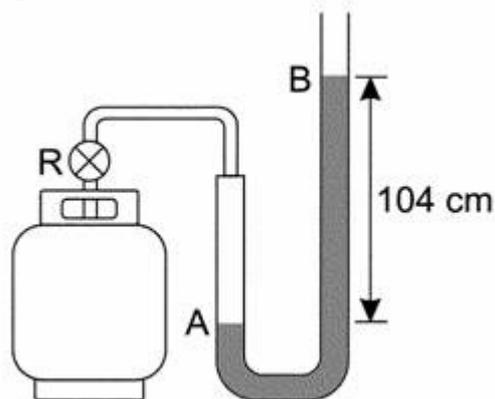


Professor Antonio Avelar Xavier

Exercícios

HIDROSTÁTICA

1. (Unesp) Uma pessoa, com o objetivo de medir a pressão interna de um botijão de gás contendo butano, conecta à válvula do botijão um manômetro em forma de U, contendo mercúrio. Ao abrir o registro R, a pressão do gás provoca um desnível de mercúrio no tubo, como ilustrado na figura.



Considere a pressão atmosférica dada por 10^5 Pa, o desnível $h = 104$ cm de Hg e a secção do tubo 2 cm^2 .

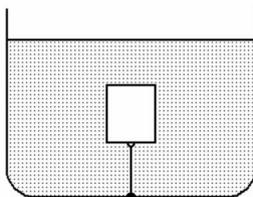
Adotando a massa específica do mercúrio igual a $13,6 \text{ g/cm}^3$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule

a) a pressão do gás, em pascal.

b) a força que o gás aplica na superfície do mercúrio em A.

(Advertência: este experimento é perigoso. Não tente realizá-lo.)

2. (Ufal 2006) Um cilindro maciço de volume $1,0 \text{ L}$ e densidade $0,60 \text{ kg/L}$ é preso por um fio ao fundo de um tanque com água.



Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $d_{\text{água}} = 1,0 \text{ kg/L}$.

Determine:

- a intensidade da força de tração no fio;
- a aceleração que o cilindro adquire no instante em que o fio é cortado.

(Puccamp 2005) Construída a toque de caixa pelo regime militar, Tucuruí inundou uma área de $2\,000 \text{ km}^2$, sem que dela se retirasse a floresta. A decomposição orgânica elevou os níveis de emissão de gases, a ponto de fazer da represa, nos anos 90, a maior emissora de poluentes do Brasil. Ganhar a vida cortando árvores submersas exige que um mergulhador desça a mais de 20 metros, com praticamente zero de visibilidade e baixas temperaturas. Amarrado ao tronco da árvore, maneja a motosserra.

(Adaptado de "Veja". ano 37. n.23. ed. 1857. São Paulo: Abril. p.141)

3. Um mergulhador que trabalhe à profundidade de 20 m no lago sofre, em relação à superfície, uma variação de pressão, em N/m^2 , devida ao líquido, estimada em

Dados:

$$d(\text{água}) = 1,0 \text{ g/cm}^3$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

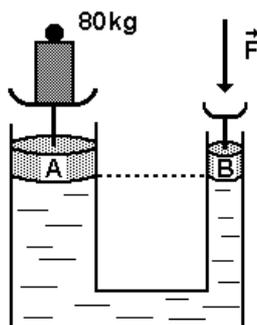
- 20
- $2,0 \cdot 10^2$
- $2,0 \cdot 10^3$
- $2,0 \cdot 10^4$
- $2,0 \cdot 10^5$

4. (Mackenzie) Dispõe-se de uma prensa hidráulica conforme o esquema a seguir, na qual os êmbolos A e B, de pesos desprezíveis, têm diâmetros respectivamente iguais a 40cm e 10cm. Se desejarmos equilibrar um corpo de 80kg que repousa sobre o êmbolo A, deveremos aplicar em B a força perpendicular F , de intensidade:

Dado:

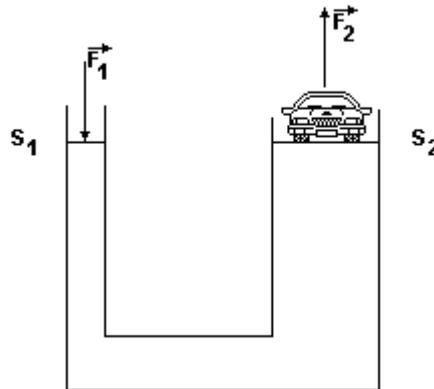
$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

- 5,0 N
- 10 N
- 20 N
- 25 N
- 50 N



5. (Uff) Uma prensa hidráulica, sendo utilizada como elevador de um carro de peso P , encontra-se em equilíbrio, conforme a figura.

As secções retas dos pistões são indicadas por S_1 e S_2 , tendo-se $S_2=4S_1$.



A força exercida sobre o fluido é F_1 e a força exercida pelo fluido é F_2

A situação descrita obedece:

- ao Princípio de Arquimedes e, pelas leis de Newton, conclui-se que $F_1=F_2=P$
- ao Princípio de Pascal e, pelas leis de ação e reação e de conservação da energia mecânica, conclui-se que $F_2=4F_1=P$;
- ao Princípio de Pascal e, pela lei da conservação da energia, conclui-se que $F_2=1/4F_1 \cdot P$;
- apenas às leis de Newton e $F_1=F_2=P$;
- apenas à lei de conservação de energia.

6. (Puccamp) O sangue é um líquido constituído por plasma e algumas células especializadas. O sangue circula pelo coração, artérias, vasos e capilares transportando gases, nutrientes etc. Um adulto de peso médio tem cerca de 5 litros de sangue em circulação. Um indivíduo apresenta pressões sanguíneas máxima e mínima, respectivamente, 12,0 e 7,0. A unidade de medida dessas pressões é o cm Hg, correspondente à altura de uma coluna líquida de mercúrio. No Sistema Internacional de unidades, a diferença entre as pressões máxima e mínima vale:

Dados:

Aceleração da gravidade: 10 m/s^2

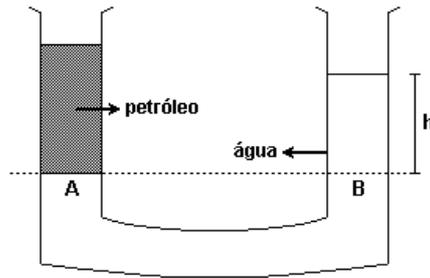
Densidade do mercúrio: $13,6 \text{ g/cm}^3$

- $6,8 \cdot 10^2$
- $8,4 \cdot 10^2$
- $6,8 \cdot 10^3$
- $8,4 \cdot 10^3$
- $9,6 \cdot 10^3$

7. (Pucmg) Quando se toma um refrigerante em um copo com canudo, o líquido sobe pelo canudo porque:

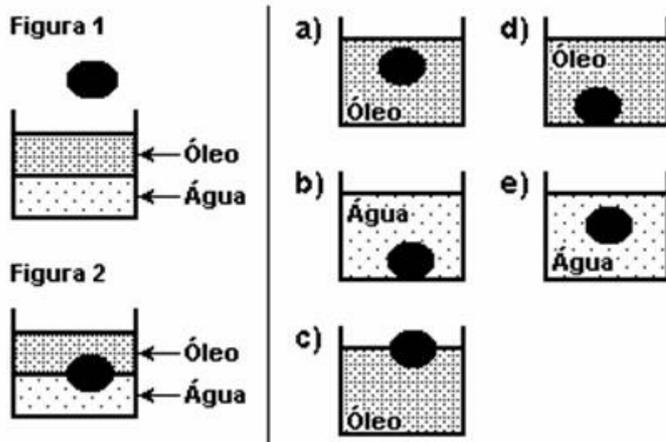
- a pressão atmosférica cresce com a altura ao longo do canudo.
- a pressão no interior da boca é menor que a pressão atmosférica.
- a densidade do ar é maior que a densidade do refrigerante.
- a pressão hidrostática é a mesma em todos os pontos de um plano horizontal.

8. (Ufsm) A figura representa um tubo em forma de U com água e petróleo, cujas densidades são, respectivamente, 1.000 kg/m^3 e 800 kg/m^3 . Sabendo que $h = 4 \text{ cm}$ e que a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s^2 , a pressão causada pelo petróleo, na interface A, vale, em Pa,



- a) 320
- b) 400
- c) 8.000
- d) 1.000
- e) 3.200

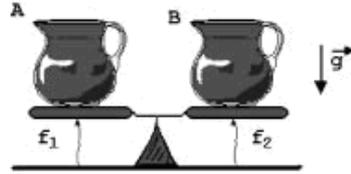
9. (Pucpr) Uma esfera é liberada em um recipiente contendo água e óleo (figura 1). Observa-se que o repouso ocorre na posição em que metade de seu volume está em cada uma das substâncias (figura 2). Se a esfera fosse colocada em um recipiente que contivesse somente água ou somente óleo, a situação de repouso seria: (Assinale a alternativa que contém a figura que corresponde à situação correta).



10. Um objeto menos denso que a água está preso por um fio fino, fixado no fundo de um aquário cheio de água, conforme a figura. Sobre esse objeto atuam as forças peso, empuxo e tensão no fio. Imagine que tal aquário seja transportado para a superfície de Marte, onde a aceleração gravitacional é de aproximadamente $g/3$, sendo g a aceleração da gravidade na Terra. Em relação aos valores das forças observadas na Terra, pode-se concluir que, em Marte,

- a) o empuxo é igual e a tensão é igual
- b) o empuxo é igual e a tensão aumenta
- c) o empuxo diminui e a tensão é igual
- d) o empuxo diminui e a tensão diminui
- e) o empuxo diminui e a tensão aumenta

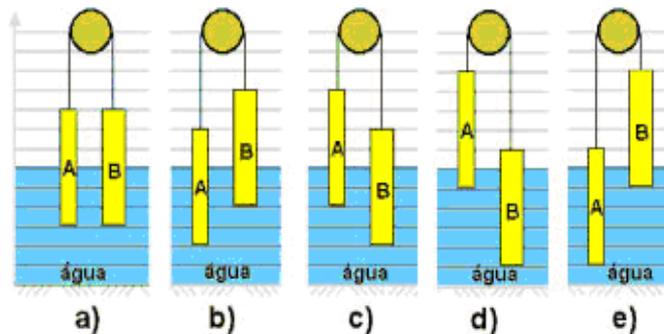
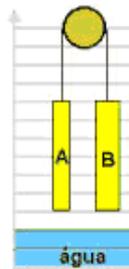
11. Duas jarras iguais A e B, cheias de água até a borda, são mantidas em equilíbrio nos braços de uma balança, apoiada no centro. A balança possui fios flexíveis em cada braço (f_1 e f_2), presos sem tensão, mas não frouxos, conforme a figura. Coloca-se na jarra B um objeto metálico, de densidade maior que a da água. Esse objeto deposita-se no fundo da jarra, fazendo com que o excesso de água transborde para fora da



balança. A balança permanece na mesma posição horizontal devido à ação dos fios. Nessa nova situação, pode-se afirmar que

- há tensões iguais e diferentes de zero nos dois fios
- há tensão nos dois fios, sendo a tensão no fio f_1 maior do que no fio f_2
- há tensão apenas no fio f_1
- há tensão apenas no fio f_2
- não há tensão em nenhum dos dois fios

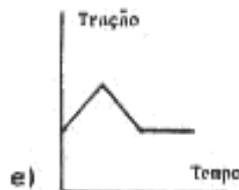
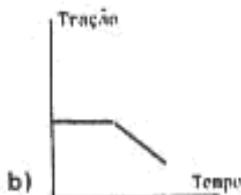
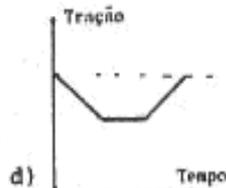
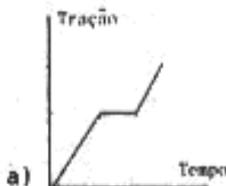
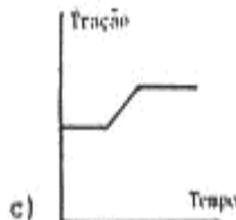
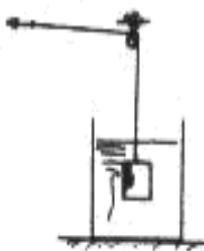
12. Considere dois objetos cilíndricos maciços A e B, de mesma altura e mesma massa e com seções transversais de áreas, respectivamente, S_A e $S_B = 2 \cdot S_A$. Os blocos, suspensos verticalmente por fios que passam por uma polia sem atrito, estão em equilíbrio acima do nível da água de uma piscina, conforme mostra a figura ao lado. A seguir, o nível da água da piscina sobe até que os cilindros, cujas densidades têm valor superior à da água, fiquem em nova posição de equilíbrio, parcialmente imersos. A figura que melhor representa esta nova posição de equilíbrio é



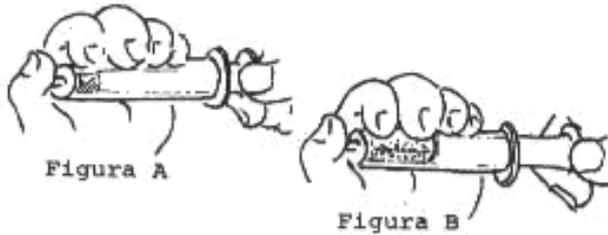
13. Icebergs são blocos de gelo flutuantes que se desprendem das geleiras polares. Se apenas 10% do volume de um iceberg fica acima da superfície do mar e se a massa específica da água do mar vale $1,03 \text{ g/cm}^3$, podemos afirmar que a massa específica do gelo do iceberg, em g/cm^3 , vale, aproximadamente

- a) 0,10.
- b) 0,90.
- c) 0,93.
- d) 0,97.
- e) 1,00.

14. Através de um fio que passa por uma roldana, um bloco metálico é erguido do interior de um recipiente contendo água, conforme ilustra a figura. O bloco é erguido e retirado completamente da água com velocidade constante. O gráfico que melhor representa a tração T no fio em função do tempo, é:

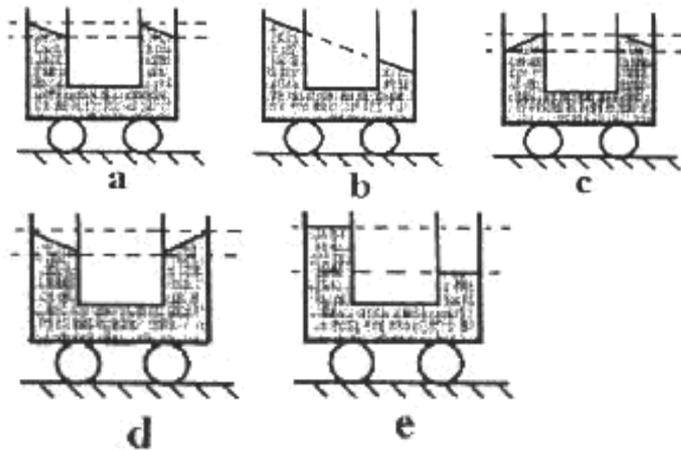


15. Enche-se uma seringa com pequena quantidade de água destilada a uma temperatura um pouco abaixo da temperatura de ebulição. Fechando o bico, como mostra a figura A, e puxando rapidamente o êmbolo, verifica-se que a água entra em ebulição durante alguns instantes (veja figura B). Podemos explicar este fenômeno considerando que:



- a) na água há sempre ar dissolvido e a ebulição na da mais é do que a transformação do ar dissolvido em vapor.
- b) com a diminuição da pressão a temperatura de ebulição da água fica menor do que a temperatura da água na seringa.
- c) com a diminuição da pressão há um aumento da temperatura da água na seringa.
- d) o trabalho realizado com o movimento rápido do êmbolo se transforma em calor que faz a água ferver.
- e) o calor específico da água diminui com a diminuição da pressão.

16. Um tubo em forma de U, parcialmente cheio de água, está montado sobre um carrinho que pode mover-se sobre trilhos horizontais e retilíneos, como mostra a figura. Quando o carrinho se move com aceleração constante para a direita, a figura que melhor representa a superfície do líquido é



17. Uma bola de plástico rígida, cheia de ar, cuja forma não é afetada pela pressão hidrostática, está imersa na água, em grande profundidade. Quando é solta, essa bola desloca-se verticalmente para cima pela ação do empuxo contra seu peso. Nessa situação, levando-se em conta que a massa específica do conjunto bola-ar é 1.000 vezes menor que a massa específica da água, é correto concluir que a aceleração da bola é igual

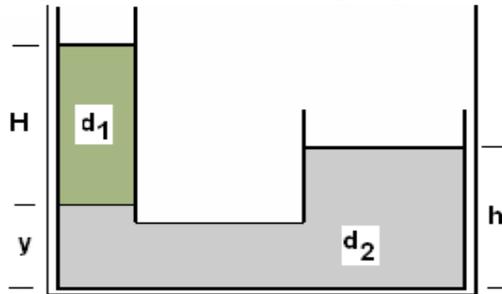
$\times A$ à aceleração da gravidade e a bola alcançará uma velocidade terminal constante por causa da resistência, que se deve predominantemente à separação do escoamento junto à superfície da bola no seu hemisfério inferior.

B a 10 vezes a aceleração da gravidade e a bola alcançará uma velocidade terminal constante por causa da resistência, que se deve à separação da camada-limite no hemisfério superior da bola.

C à aceleração da gravidade e a bola terá sua velocidade crescendo linearmente.

D à aceleração da gravidade e a bola alcançará uma velocidade terminal constante por causa da resistência, que se deve unicamente ao atrito na camada-limite.

18. Um tubo aberto em ambas as extremidades, contem dois líquidos não miscíveis, de densidades ρ_1 e ρ_2 , em equilíbrio. Considere $\rho_2 = 2\rho_1$, $H = 12 \text{ cm}$ e $h = 10 \text{ cm}$. A cota Y que define o nível de separação dos dois líquidos é: $d_1 = \rho_1$, $d_2 = \rho_2$



- A) 2 cm
- B) 3 cm
- x C) 4 cm
- D) 5 cm
- E) 6 cm

19. Julgue os itens seguintes, relativos ao tubo de Pitot.

c100 A fundamentação teórica do funcionamento do tubo de Pitot é a aplicação da equação de Bernoulli (linha de corrente de estagnação), em que a pressão total é dada pela soma da pressão estática com a pressão dinâmica.

e101 O efeito do número de Mach, M , na compressibilidade do ar pode ser desprezado para $M < 0,5$.

c102 O diâmetro do furo de medição da pressão estática é proporcional à pressão estática em excesso.

c103 Uma limitação do uso da técnica de medição que utiliza o tubo de Pitot é que o tubo deve estar perfeitamente alinhado com o escoamento.

c105 Esse dispositivo mede a velocidade convertendo a energia cinética em energia potencial no ponto de estagnação à entrada do tubo.

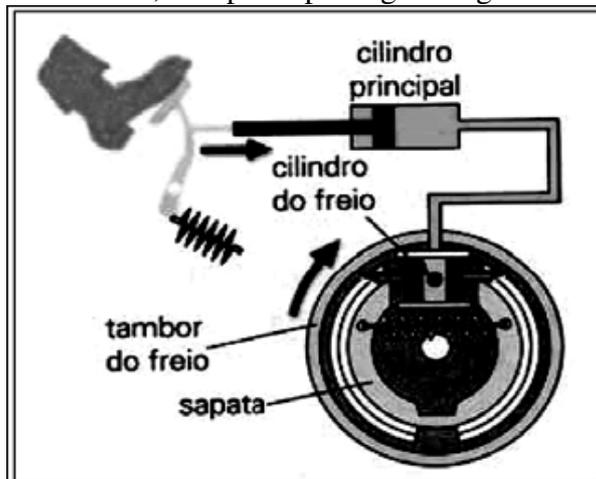
20. Um corpo sólido e maciço M flutua, parcialmente imerso em um líquido L . Sejam P o peso do corpo, E o empuxo que o líquido exerce sobre ele, dM e dL as densidades do corpo e do líquido, respectivamente. Considerando-se estas informações, pode-se afirmar que:

- (A) $E > P$ e $dM = dL$
- (B) $E = P$ e $dM = dL$
- (C) $E = P$ e $dM > dL$
- (D) $E > P$ e $dM < dL$
- x (E) $E = P$ e $dM < dL$

21. Leia com atenção as situações abaixo.

Situação I - Para medir a pressão arterial ao nível do coração, o médico usa um esfigmomanômetro no braço do paciente na altura do coração.

Situação II - Observe a figura abaixo, a seguir, que mostra um sistema hidráulico de freios de alguns carros. Em condições adequadas, quando um motorista aciona o freio de um carro, este pára após alguns segundos.

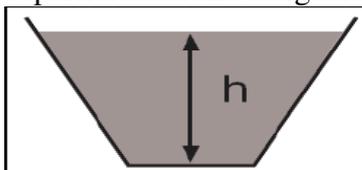


Situação III – Os pedreiros, para nivelar dois pontos em uma obra, costumam usar uma mangueira transparente, cheia de água. Ajustando o nível da água em um dos ramos da mangueira, a um ponto da parede, eles podem, com o outro ramo, determinar pontos de outras paredes que estão neste mesmo nível.

Assinale a alternativa que corresponde, respectivamente, as aplicações dos princípios formulados por:

- a) Arquimedes (Situação I) e Pascal (Situação II)
- b) Stevin (Situação II) e Pascal (Situação III)
- c) Torricelli (Situação I), Pascal (Situação II) e Stevin (Situação III)
- xd) Stevin (Situação I) e Pascal (Situação II)
- e) Stevin (Situação I) e Arquimedes (Situação III)

22. Um recipiente é preenchido com água até uma altura $h = 1,0 \text{ m}$ (veja a figura). Calcule a intensidade da força exercida pela água no fundo do recipiente, se a área da superfície do fundo é igual a $0,4 \text{ m}^2$.

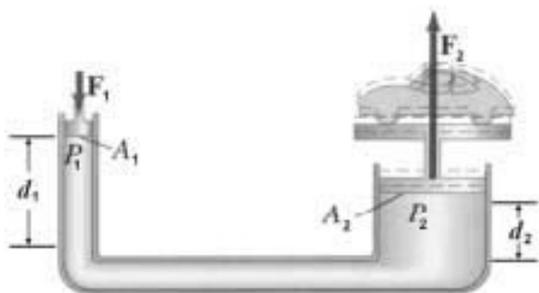


- A) $1,0 \times 10^3 \text{ N}$
- B) $2,0 \times 10^3 \text{ N}$
- C) $3,0 \times 10^3 \text{ N}$
- xD) $4,0 \times 10^3 \text{ N}$
- E) $5,0 \times 10^3 \text{ N}$

23. Um pedaço de alumínio, de densidade igual a $2,7 \text{ g/cm}^3$, é solto em um tanque cheio d'água e afunda com aceleração constante. Desprezando o atrito da água, calcule o valor desta aceleração, em m/s^2 .

- A) 5,4
- xB) 6,3
- C) 7,0
- D) 8,2
- E) 9,1

24.



A prensa hidráulica, um dos grandes inventos do ser humano, é usada para multiplicar forças em diferentes situações e tem como base o princípio de Pascal. A figura acima mostra um esquema de funcionamento de um elevador hidráulico, com líquido incompressível, que se baseia nesse princípio. Na situação representada na figura, a área A_1 é 20 vezes menor que a área A_2 e a força aplicada no pistão P_1 é igual a 100 N.

Considerando as informações acima, julgue os itens a seguir.

e65__ O princípio de Pascal estabelece que as variações de pressão em um líquido incompressível e em repouso, ou equilíbrio, transmitem-se integralmente para todos os pontos do fluido.

c66__ A força F_2 exercida pelo pistão P_2 sob o carro é igual a 2×10^3 N.

c67__ Se o pistão P_1 mover-se de uma distância igual a d_1 para baixo, então, o pistão P_2 será deslocado de uma distância igual a um quarto de d_1 para cima.

e68__ O trabalho realizado pela força F_2 para elevar um carro de massa igual 1.000 kg a 1 m acima da posição inicial é igual a 0,33 kJ.

25.



O governo vem lutando constantemente contra a adulteração dos combustíveis. Um teste da qualidade dos combustíveis pode ser feito rapidamente usando-se um densímetro, que indica a gravidade específica ou densidade de um líquido. A figura acima mostra um densímetro, formado por um tubo de 25,0 cm de comprimento, $2,0 \text{ cm}^2$ de área seccional e massa total de 45,0 g, imerso em água, cuja densidade é igual a $1,0 \text{ g/cm}^3$. Com relação à esse densímetro, julgue o item seguinte.

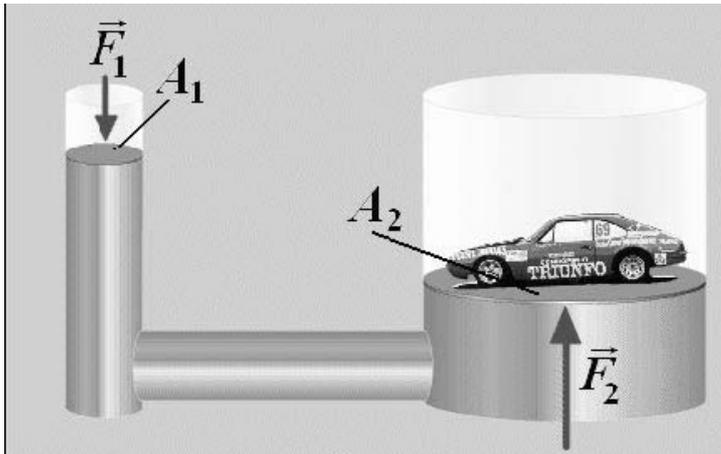
c69__ O comprimento da parte submersa do densímetro é igual a 22,5 cm.

26. Considerando que um objeto com massa igual a 20 kg e volume igual a $0,020 \text{ m}^3$ esteja totalmente submerso e em equilíbrio em um fluido de densidade igual a $2,0 \times 10^2$

kg/m^3 , e considerando, ainda, a aceleração da gravidade local igual a 10 m/s^2 , é correto afirmar, de acordo com o princípio de Arquimedes, que o peso aparente do objeto é igual a

- A 200 N.
- B 100 N.
- C 160 N.
- D 180 N.

27.



Na figura acima, que esquematiza um elevador hidráulico com líquido incompressível, os êmbolos menor e maior deslizam dentro de tubos cilíndricos de áreas transversais A_1 e A_2 , respectivamente, cujos diâmetros D_1 e D_2 satisfazem a relação $D_2 = 20D_1$. Nessa situação, considerando que seja aplicada no êmbolo de área menor uma força F_1 e desprezando-se as possíveis forças de atrito existentes no sistema, é correto afirmar que

- A . $F_1 > F_2$
- B . $F_1 = F_2/4$
- C . $F_2 = 40 F_1$
- D . $F_2 = 400 F_1$

28. A pressão no fundo de um tanque aberto é função de

- (A) nível e densidade
- (B) volume e viscosidade
- (C) temperatura e nível
- (D) densidade e volume
- (E) viscosidade e temperatura

29. A unidade de pressão Pa (pascal) pode ser desmembrada em

- (A) N/m^2
- (B) N/cm^2
- (C) N/mm^2
- (D) kgf/m^2
- (E) kgf/cm^2

30. Um bloco de madeira tem massa de 10 kg e uma densidade de 600 kg/m^3 . Indique quantos quilogramas de ferro, aproximadamente, ele pode carregar, de forma que 80% de seu volume fique imerso em água de densidade $1,0 \text{ g/cm}^3$. Considere que a densidade do ferro é $7,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

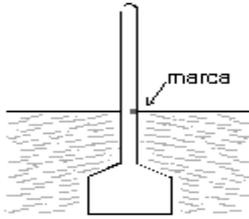
- a) 132 kg.
- b) 19 kg.
- c) 10 kg.

- d) 4,8 kg.
xe) 3,3 kg.

GABARITO:

- 1.a) $2,4 \cdot 10^5$ Pa b) 48N 2.a) 4N b) $6,7 \text{ m/s}^2$ 3.E 4.E 5.B 6.C 7.B 8.B 9.D
10 até 16 fica como tarefa

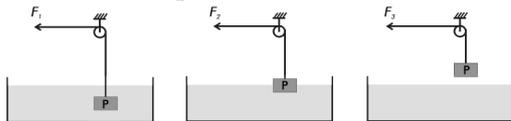
11. (UFRJ) Um densímetro é um dispositivo com o qual se pode medir a densidade de um líquido. Trata-se de um objeto com uma haste graduada que, quando colocado em um líquido padrão de densidade conhecida, flutua de modo tal que a superfície livre do líquido coincide com uma determinada marca da haste como mostra a figura.



Por exemplo, nos postos de gasolina usam-se densímetros para controlar o padrão de qualidade do álcool hidratado. Suponha que um negociante **desonesto** tenha misturado mais água ao álcool hidratado. Sabendo que a densidade do álcool é menor do que a da água verifique se o densímetro flutuaria, nesse álcool "batizado", com a marca acima ou abaixo de sua superfície livre. Justifique a sua resposta.

11.Resposta: Em qualquer das situações, o densímetro estará em equilíbrio sob a ação das forças **P**, o seu peso, e **E**, o empuxo que sobre ele atua. O módulo do empuxo, que é igual ao peso do líquido deslocado, é então igual ao módulo do peso do densímetro tanto antes como depois de batizar o álcool. Quando a água é adicionada ao álcool, a mistura resultante torna-se mais densa do que a mistura anterior. Portanto, o volume do álcool batizado deslocado é menor do que o volume do álcool hidratado padrão deslocado, fazendo com que a marca fique acima da superfície livre.

2) (UFMG) As figuras abaixo mostram três etapas da retirada de um bloco de granito P do fundo de uma piscina.



Considerando que F_1 , F_2 e F_3 são os valores das forças que mantêm o bloco em equilíbrio, a relação entre elas é expressa por:

- (A) $F_1 = F_2 < F_3$ x(B) $F_1 < F_2 < F_3$
(C) $F_1 > F_2 = F_3$ (D) $F_1 > F_2 > F_3$