Física 1

7 – Energia Potencial e Conservação da Energia

Energia potencial gravitacional

Exemplo 1: Bate estacas

http://www.youtube.com/watch?v=HNKd6NFpkgA&NR=1

Energia potencial gravitacional

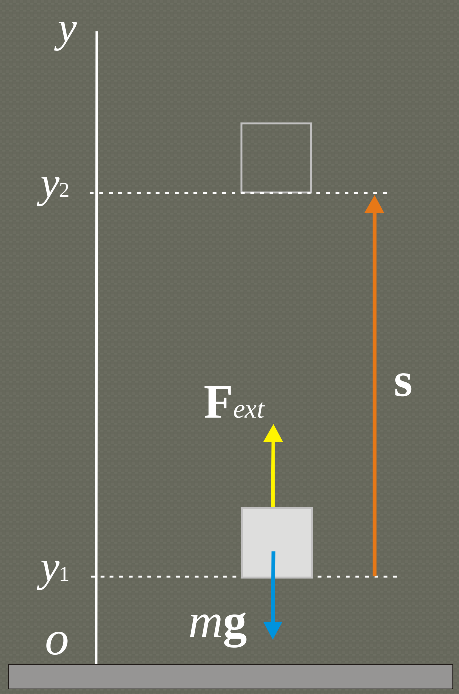
Exemplo 2: Balanço

http://www.youtube.com/watch?v=tvQoJ0pWU4Y

Energia potencial gravitacional

Idéia central

Quando a gravidade executa trabalho negativo sobre um corpo, a energia transferida fica armazenada na configuração espacial do sistema: a energia potencial.



Movimento para cima, com velocidade constante.

$$W_g = m\mathbf{g} \cdot \mathbf{s}$$

$$W_g = -mg\left(y_2 - y_1\right)$$

$$W_g = -\left(mgy_2 - mgy_1\right)$$

$$W_g = -\left(U_2 - U_1\right)$$

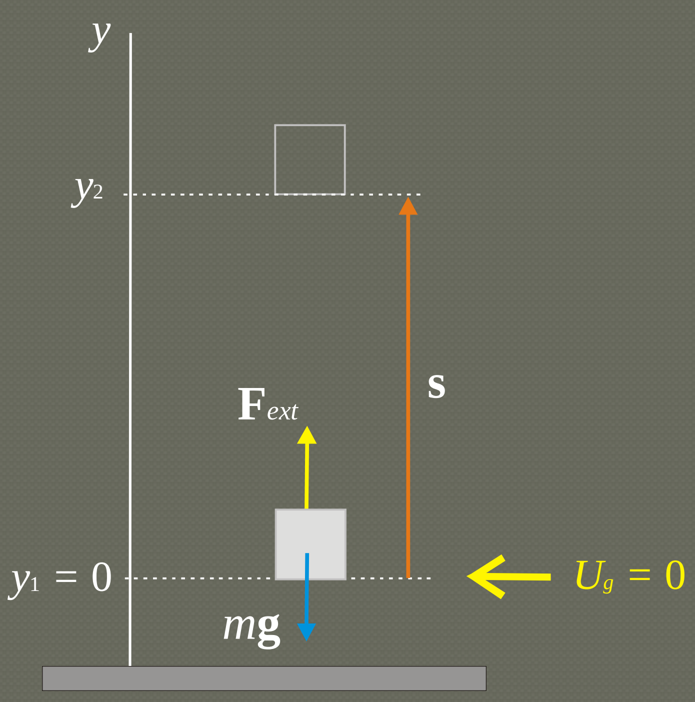
$$\boxed{W_g = -\Delta U}$$

$$\boxed{U_{(y)} = mgy}$$

Energia potencial gravitacional

Nível referencial $U_g = 0$

A escolha do nível de referência (NR), onde $U_g = 0$, é arbitrária. No entanto, é aconselhável que se adote um NR em que não haja regiões de interesse do sistema com energia potencial gravitacional negativa.



Movimento para cima, com velocidade constante.

$$W_g = -\Delta U$$

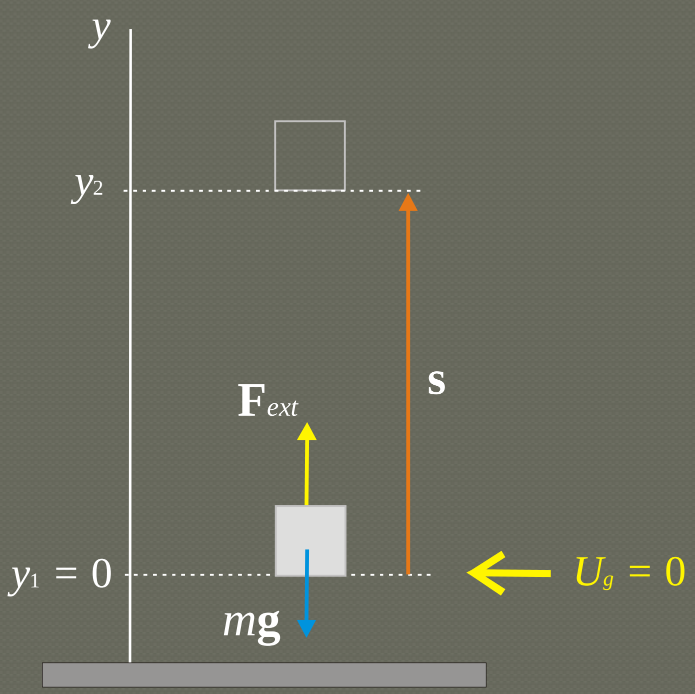
$$W_g = -(U_2 - U_1) = 0 - U_2$$

$$W_g = -mgy_2 = -mgs$$

Energia potencial gravitacional

Trabalho da força externa

Na prática, o trabalho da força externa, que atua contra a gravidade, é convertido em energia potencial gravitacional.



Movimento para cima, com velocidade constante.

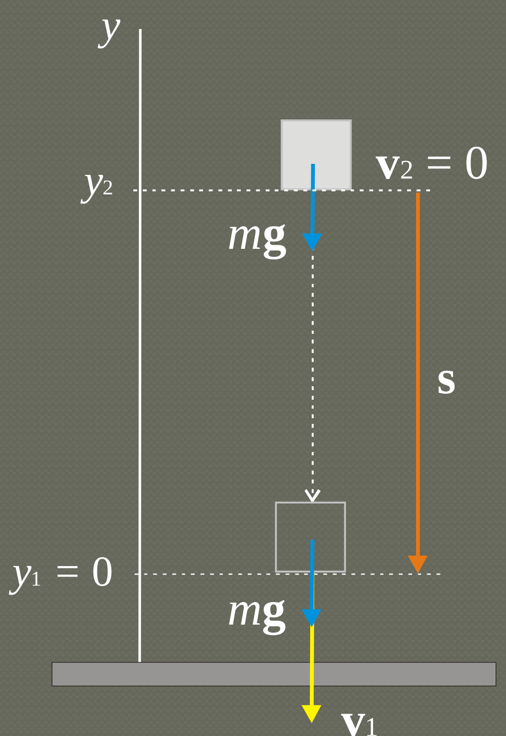
$$W_{ext} = -W_g = \Delta U$$

$$W_{ext} = U_2 - U_1 = U_2 - 0$$

$$W_{ext} = mgy_2 = mgs$$

Energia mecânica

Num sistema em que a única força que realiza trabalho é a força gravitacional, a energia cinética somada à energia potencial gravitacional é uma constante: a energia mecânica do sistema



Movimento para baixo, em queda livre.

$$W_g = \Delta K = -\Delta U_g$$

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

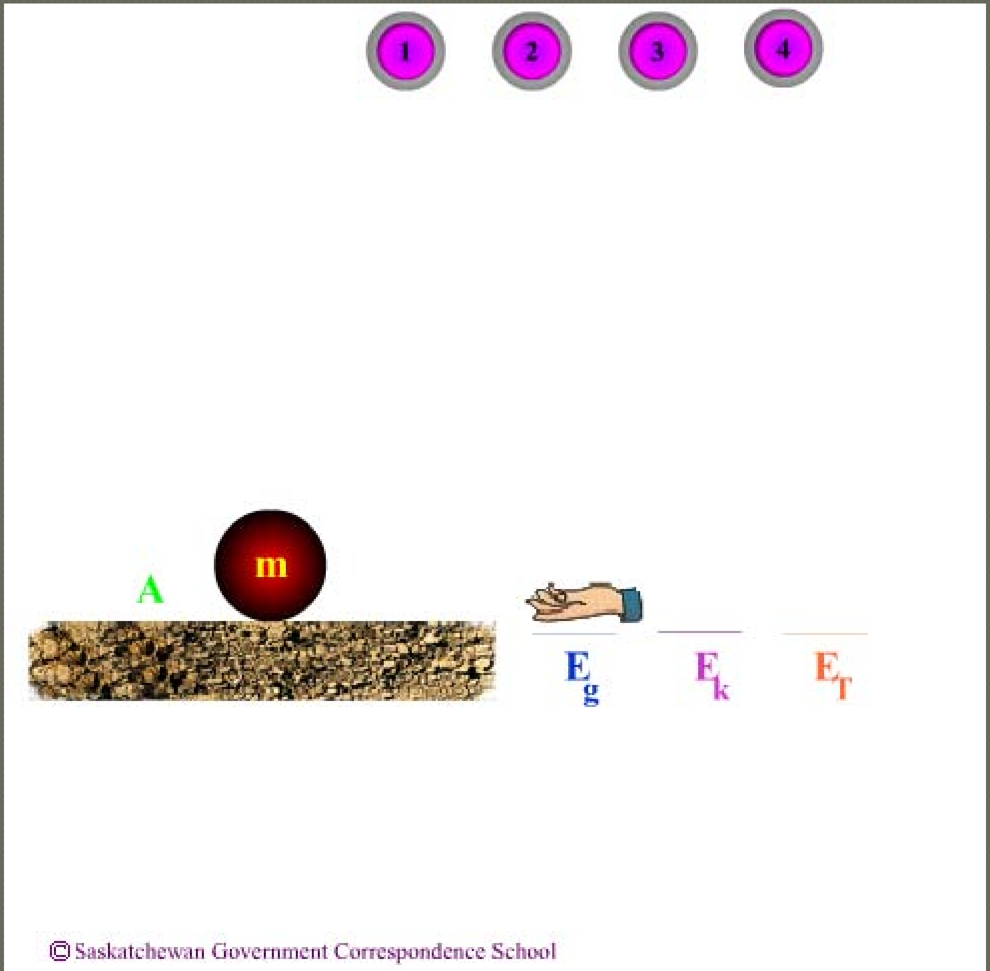
$$K + U = \text{Constante}$$

$$\boxed{E = K + U}$$

Energia mecânica

Energia mecânica

Conservação da energia

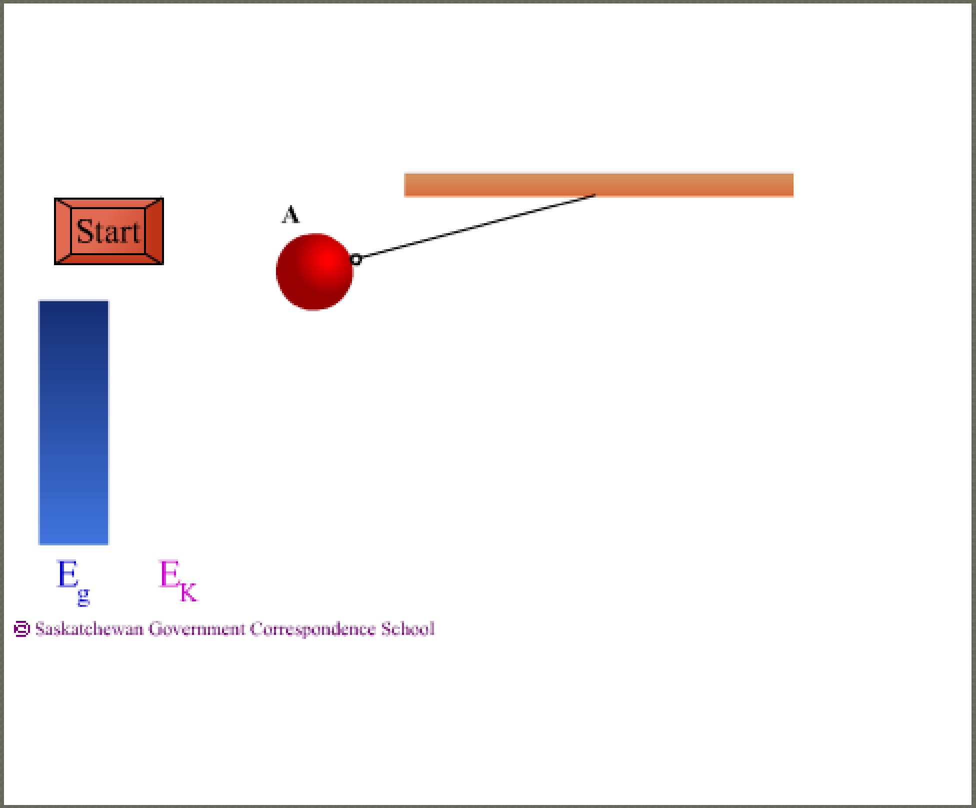


$E_g \rightarrow$ Energia potencial gravitacional;
$E_K \rightarrow$ Energia cinética;
$E_T \rightarrow$ Energia mecânica;

http://www.sasked.gov.sk.ca/branches/elearning/tsl/resources/subject_area/science/physics_30_resources/lesson_seven/conservation_of_energy_1.shtml

Energia mecânica

Conservação da energia

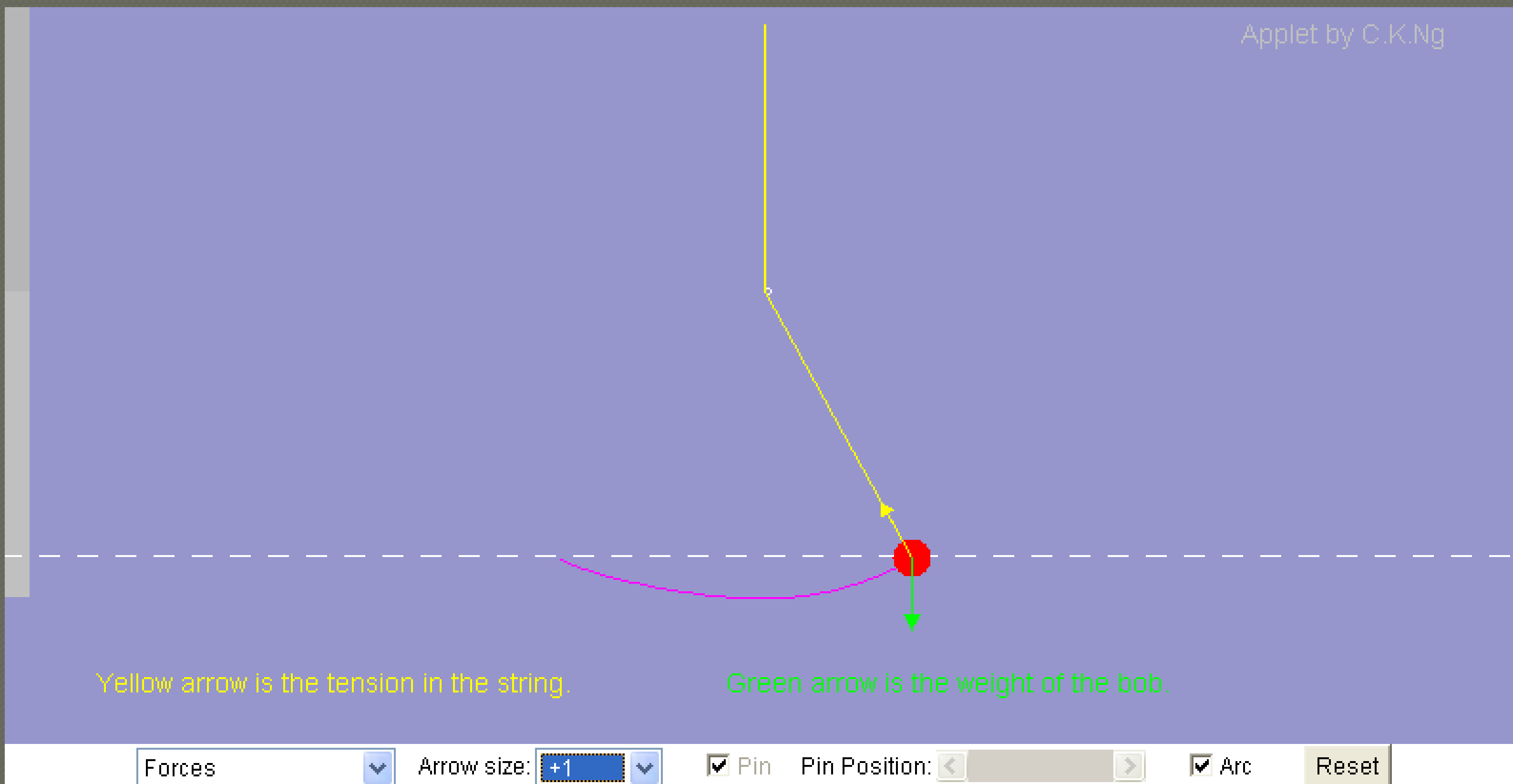


$E_g \rightarrow$ Energia potencial gravitacional;
$E_K \rightarrow$ Energia cinética;

http://www.sasked.gov.sk.ca/branches/elearning/tsl/resources/subject_area/science/physics_30_resources/lesson_seven/conservation_of_energy_2.shtml

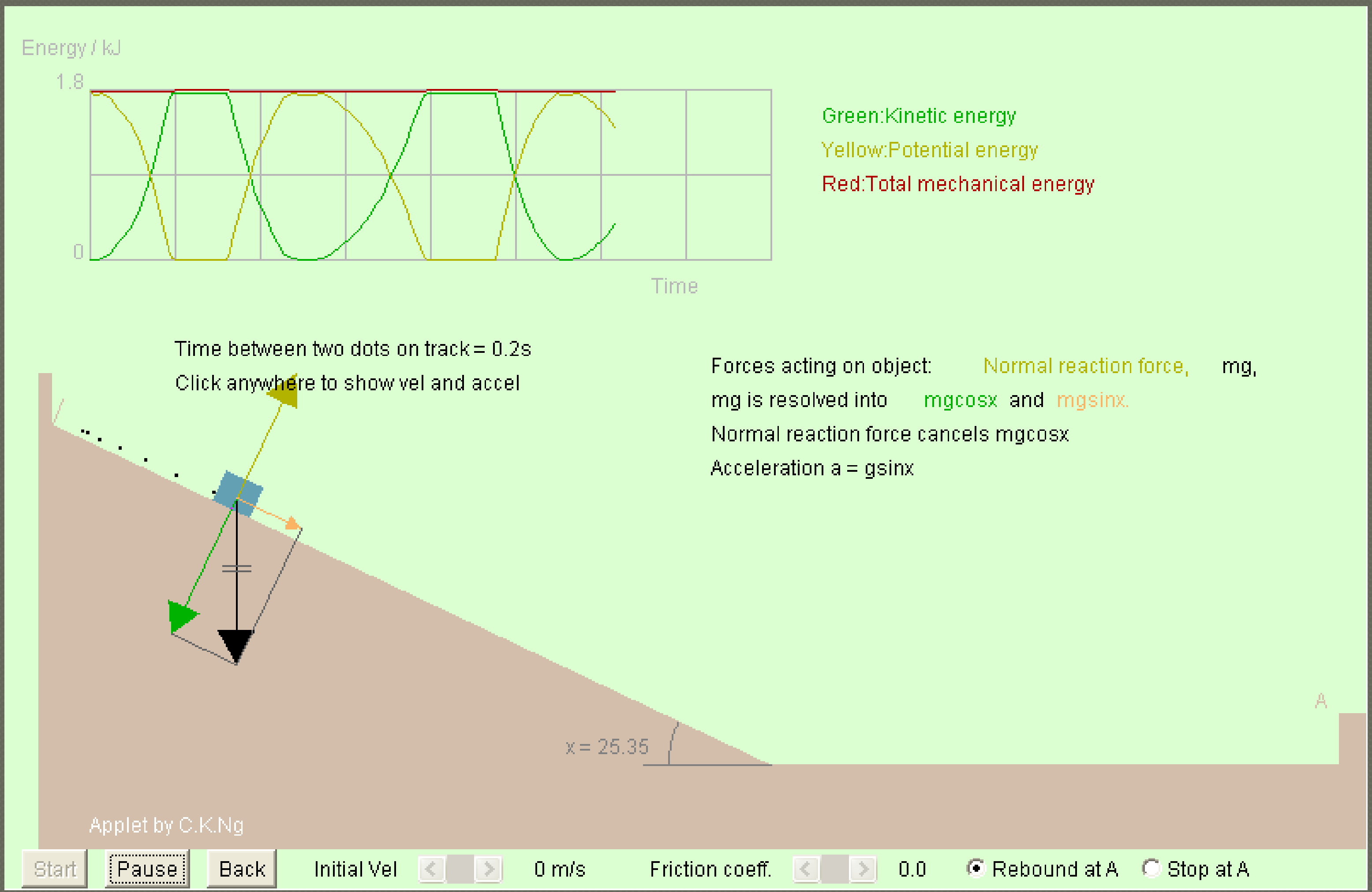
Energia mecânica

Conservação da energia



Energia mecânica

Conservação da energia



Energia potencial elástica

Exemplo 1: Amortecedor de carro

http://br.youtube.com/watch?v=CZeCuS4xzL0

Energia potencial elástica

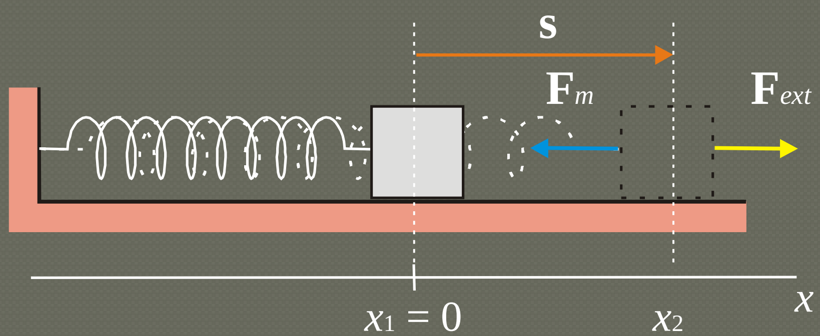
Exemplo 2: Estilingue

http://www.youtube.com/watch?v=u2-od4n5Xl0

Energia potencial elástica

Idéia central

Quando a força elástica executa trabalho sobre um corpo, a energia transferida fica armazenada na configuração espacial do sistema : a energia potencial.



Estiramento da mola, com velocidade constante.

$$W_m = -\int_{x_1}^{x_2} F_m dx = -\int_{x_1}^{x_2} kxdx = -\frac{1}{2}kx^2\Big]_{x_1}^{x_2}$$

$$W_m = -\left(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2\right)$$

$$W_m = -(U_2 - U_1)$$

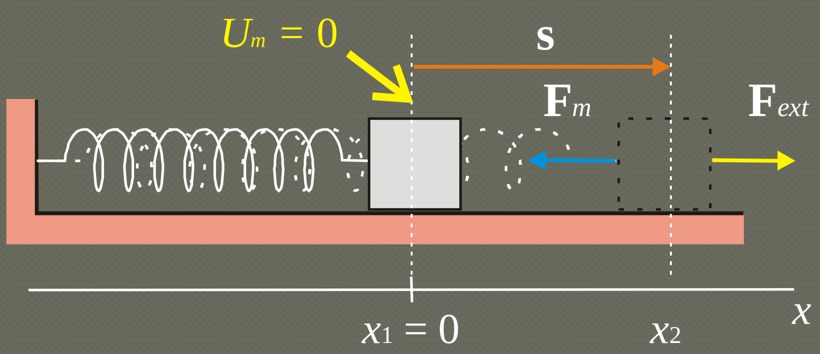
$$\boxed{W_m = -\Delta U}$$

$$\boxed{U_{(x)} = \frac{1}{2}kx^2}$$

Energia potencial elástica

Idéia central

Na prática, o trabalho da força externa, que atua contra a força de mola, é convertido em energia potencial elástica.



Estiramento da mola, com velocidade constante.

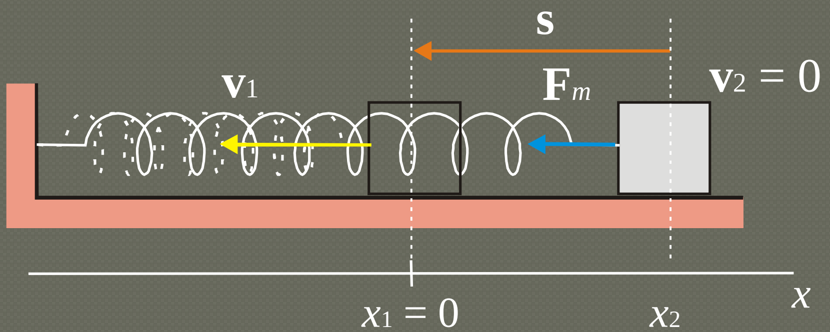
$$W_{ext} = -W_m = \Delta U$$

$$W_{ext} = U_2 - U_1 = U_2 - 0$$

$$W_{ext} = \frac{1}{2}kx_2 = \frac{1}{2}ks$$

Energia mecânica

Num sistema em que a única força que realiza trabalho é a força elástica, a energia cinética somada à energia potencial elástica é uma constante: a energia mecânica do sistema



$$W_m = \Delta K = -\Delta U_m$$

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$K + U = \text{Constante}$$

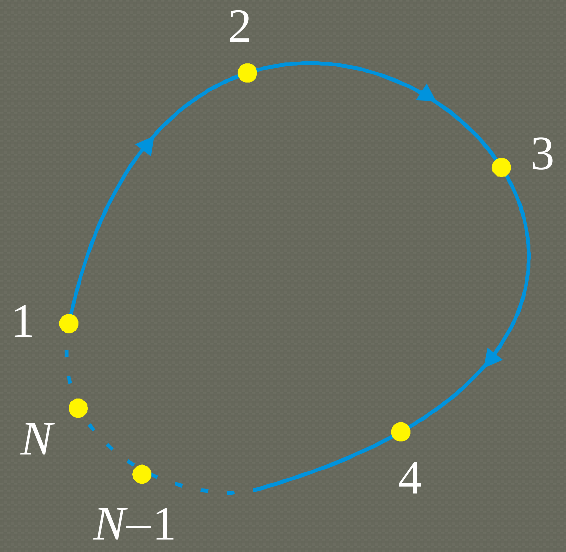
Corpo ligado à mola estirada é solto, sujeito apenas à força da mola.

$$\boxed{E = K + U} \Rightarrow \text{Energia mecânica}$$

Forças conservativas

Definição 1

Se um corpo se move sob a ação de uma força que realize trabalho nulo sobre o corpo, ao longo de um percurso fechado, a força é conservativa; caso contrário, a força é não-conservativa.



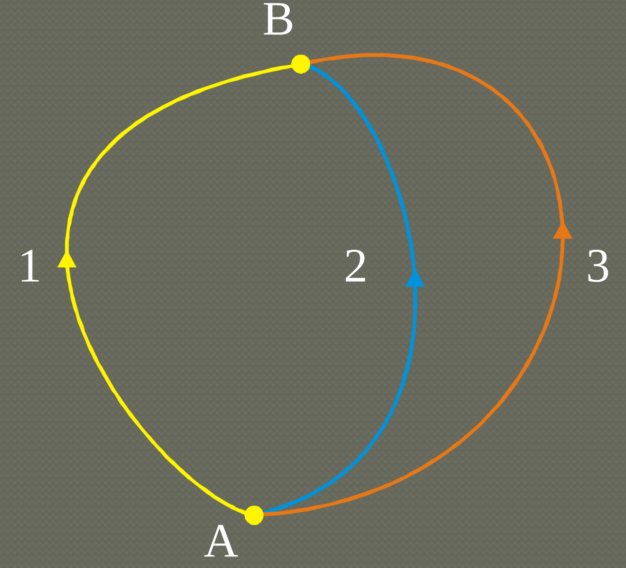
Força **F** atua sobre massa *m* num percurso fechado.

Se: $W_{12} + W_{23} + \cdots + W_{(N-1)N} + W_{N1} = 0$ ⇨ Força conservativa.

Forças conservativas

Definição 2

Se o trabalho realizado por uma força ao mover um corpo de uma posição inicial a uma posição final for independente do percurso entre essas posições, a força será conservativa; em caso contrário ela será não-conservativa.

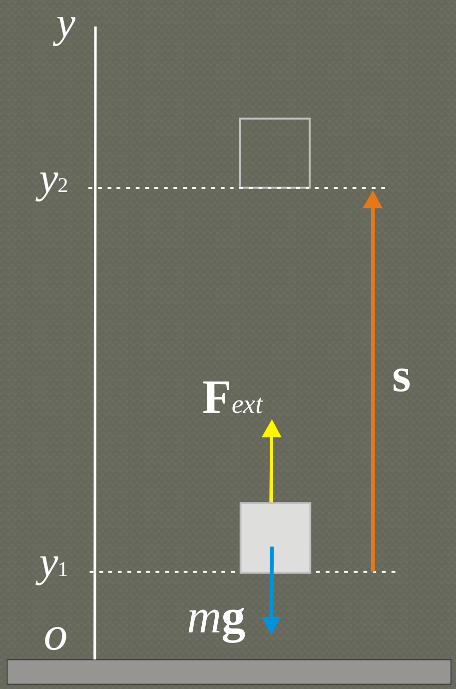


Força **F** atua sobre massa *m* num percurso aberto de A até B.

Se: $W_{AB,1} = W_{AB,2} = W_{AB,3}$ ⇨ Força conservativa.

A força gravitacional é conservativa

Trabalho realizado pela força gravitacional $m\mathbf{g}$ ao longo de uma trajetória fechada (subida e descida).

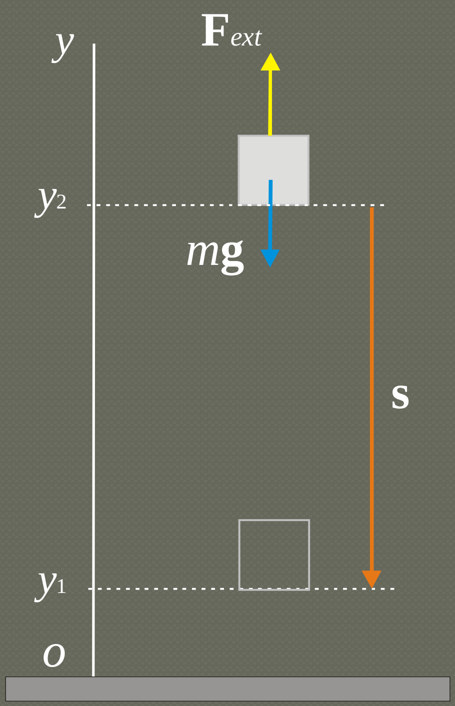


$$W_{g,12} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$$

$$W_{g,12} = Fs\cos\pi$$

$$W_{g,12} = -mgs$$

De baixo para cima, com velocidade constante.



$$W_{g,21} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$$

$$W_{g,21} = Fs\cos 0$$

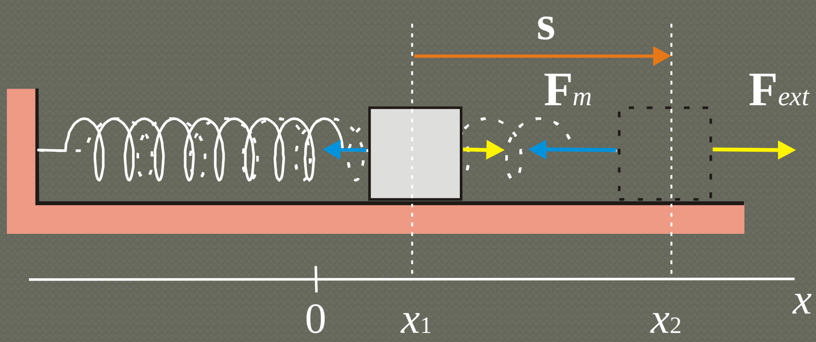
$$W_{g,21} = mgs$$

De cima para baixo, com velocidade constante.

$$W_{g,12} = -W_{g,21} \quad \Rightarrow \quad W_{g,12} + W_{g,21} = 0$$

A força elástica é conservativa

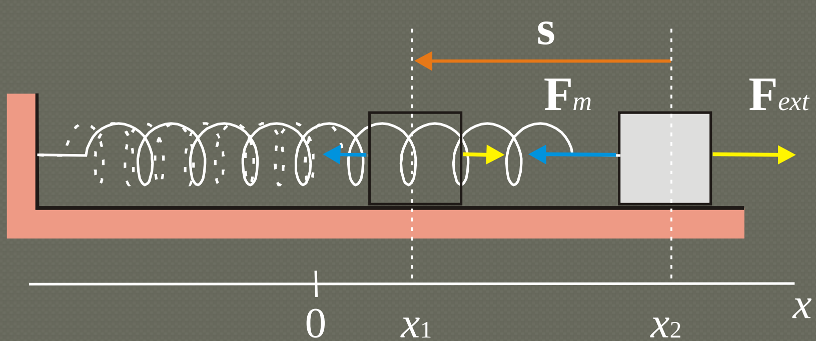
Trabalho realizado pela força elástica $\mathbf{F}_s$ ao longo de uma trajetória fechada (estiramento e a compressão de uma mola).



Da esquerda para a direita.

$$W_{m,12} = -\Delta U = -\left(U_2 - U_1\right) = U_1 - U_2$$

$$W_{m,12} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$



Da direita para a esquerda.

$$W_{m,21} = -\Delta U = -\left(U_1 - U_2\right) = U_2 - U_1$$

$$W_{m,21} = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$W_{m,12} = -W_{m,21} \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{m,12} + W_{m,21} = 0}$$

Conservação da energia mecânica

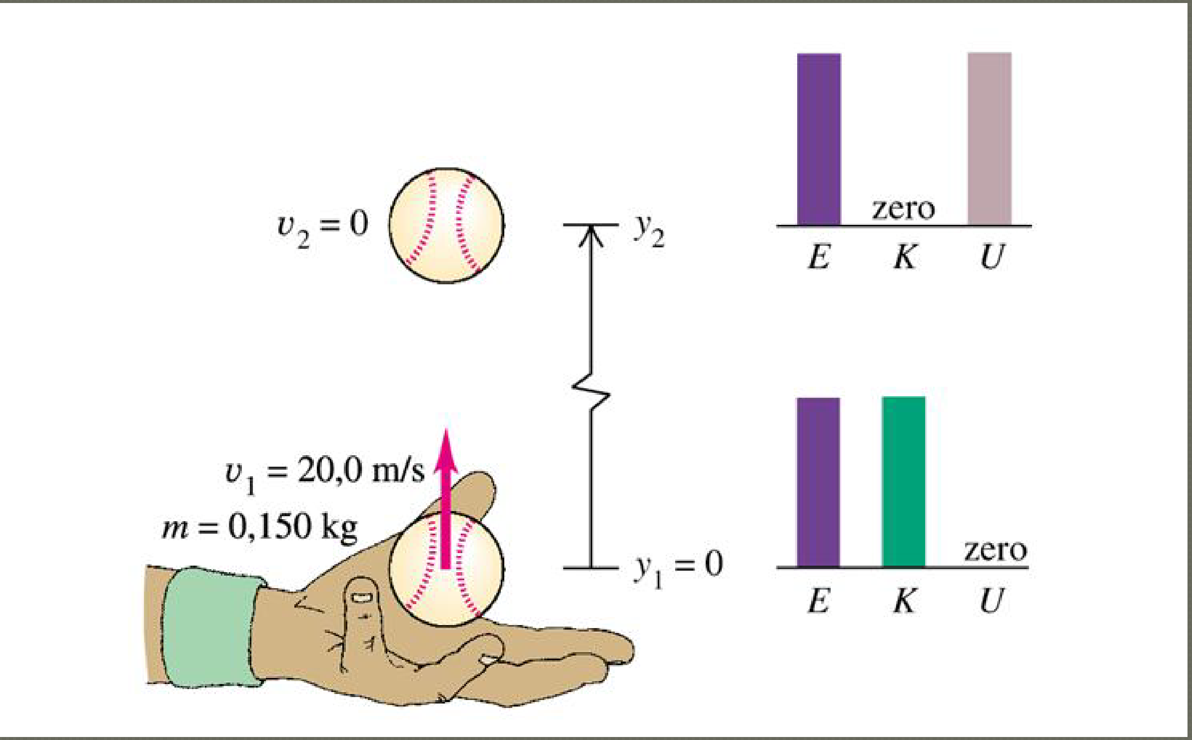
Num sistema onde apenas forças conservativas realizam trabalho, temos:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta U = \Delta U_{\text{Gravitacional}} + \Delta U_{\text{Elástico}} + \Delta U_{\text{Elétrico}} + \cdots$$

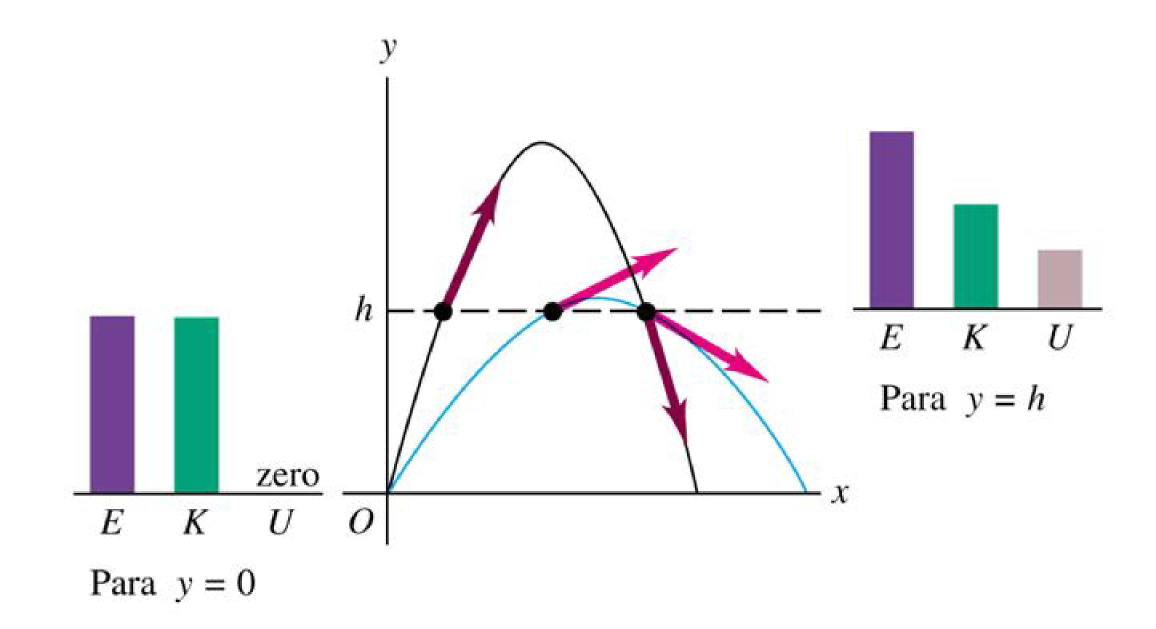
A condição para que haja conservação da energia mecânica num sistema é que somente as forças conservativas que atuam no sistema realizem trabalho.

Conservação da energia mecânica



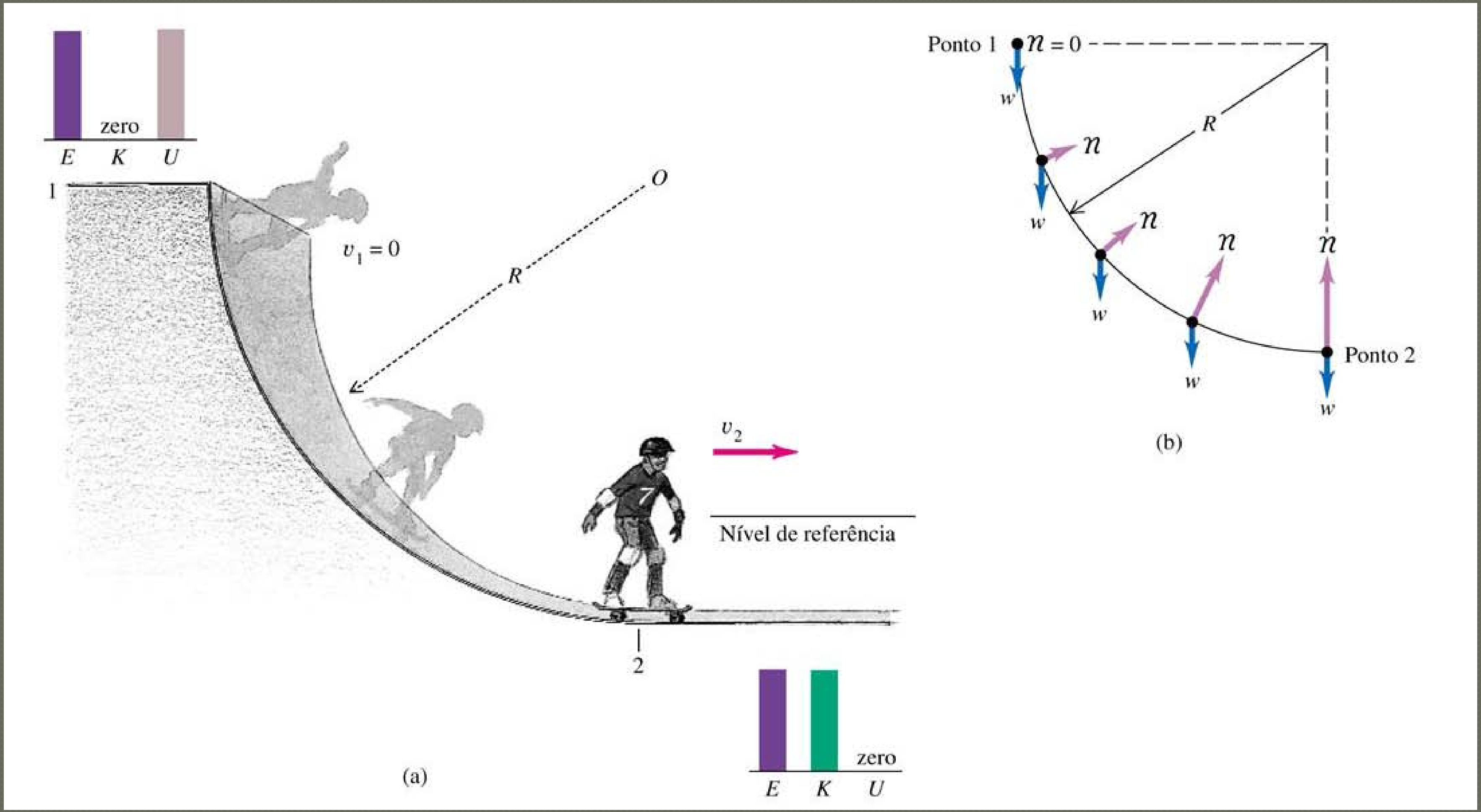
Depois que uma bola de beisebol deixa sua mão, a única força que atua sobre ela é o seu peso (supondo que a resistência do ar seja desprezível), de modo que a energia mecânica $E = K + U$ é conservada.

Conservação da energia mecânica



Para a mesma velocidade escalar inicial e para a mesma altura inicial, a velocidade escalar de um projétil para uma dada altura *h* é sempre a mesma, desprezando-se a resistência do ar.

Conservação da energia mecânica



(a) Menino praticando *skate* se deslocando para baixo de uma rampa sem atrito.

(b) Diagrama do corpo livre do menino juntamente com sua prancha em diversos pontos da rampa.

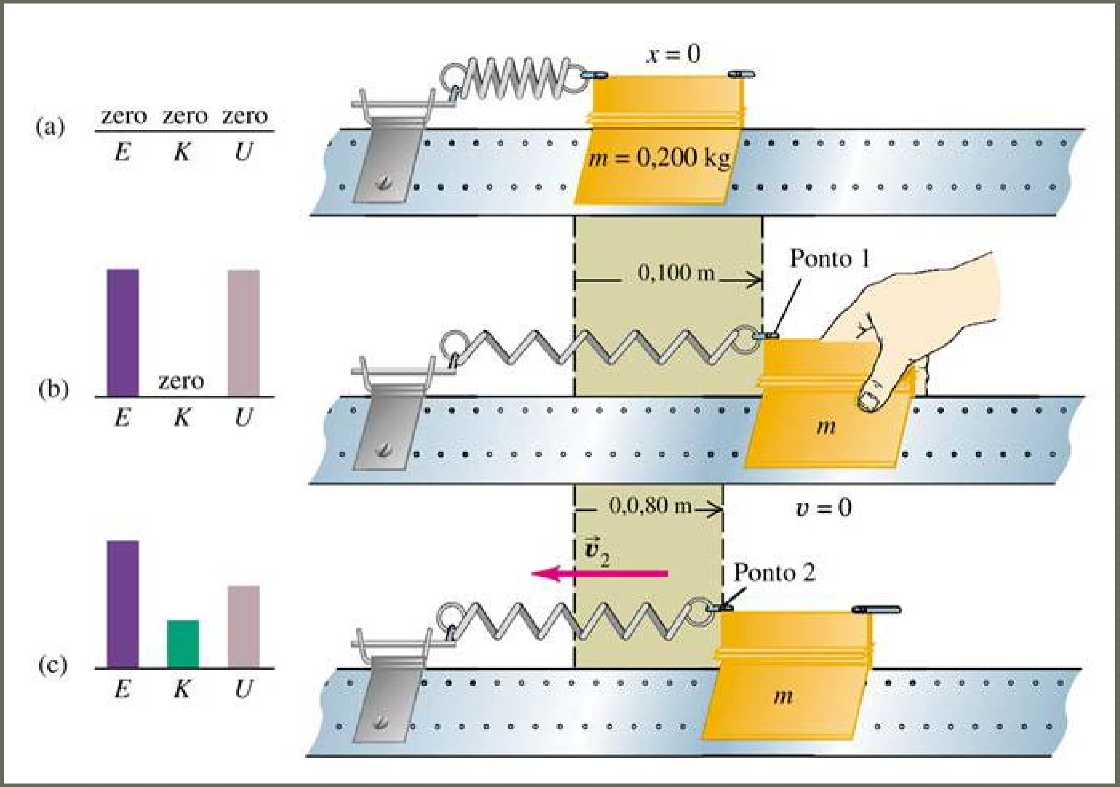
Conservação da energia mecânica

Bloco escorrega sem atrito, a partir do repouso, ao longo de uma rampa:

Distribuição da energia

http://www.youtube.com/watch?v=AhhgCOlonwI

Conservação da energia mecânica

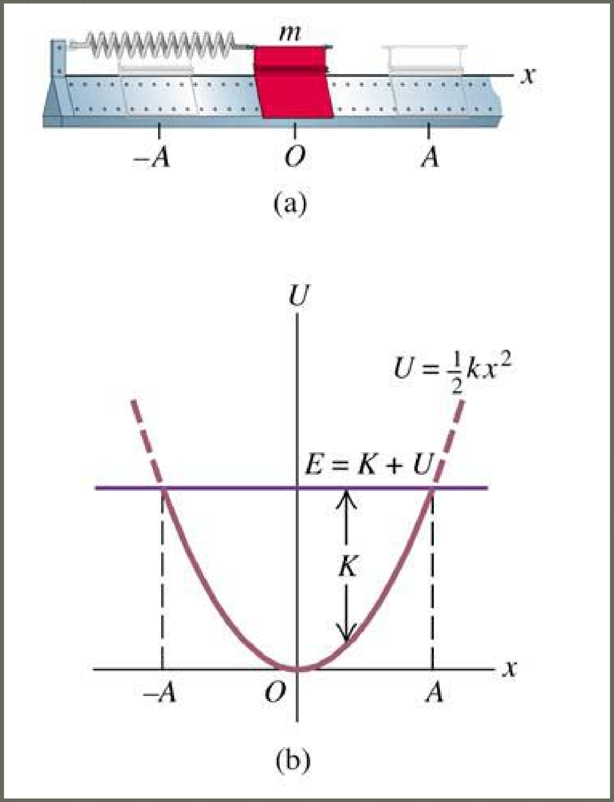


(a) Um cavaleiro em repouso sobre um trilho de ar ligado a uma mola.

(b) A energia potencial elástica é adicionada ao sistema esticando-se a mola.

(c) A energia potencial elástica é transformada em energia cinética à medida que o cavaleiro começa a se mover retornando para sua posição inicial.

Conservação da energia mecânica



(a) Um cavaleiro sobre um trilho de ar. A mola exerce uma força $F_x = -kx$.

(b) A função energia potencial. Os limites do movimento correspondem aos pontos de interseção da curva da energia potencial U com a linha reta horizontal que representa a energia mecânica total E.

Conservação da energia mecânica

Uma prova de confiança

http://br.youtube.com/watch?v=NWjuSa93N3A

Lei da conservação da energia

Num sistema onde atuam forças conservativas e não conservativas (ou dissipativas, como a força de atrito), temos:

$$W_{\text{Dissipativas}} + W_g + W_m + \cdots = \Delta K$$

$$W_{\text{Dissipativas}} - \Delta U_g - \Delta U_m - \cdots = \Delta K$$

$$W_{\text{Dissipativas}} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_m + \cdots \neq 0$$

Neste caso, o trabalho das forças dissipativas é igual à variação da energia mecânica do sistema.

$$W_{\text{Dissipativas}} = \Delta E$$

Força e energia potencial

Situação unidimensional

Para forças conservativas, vale a seguinte relação:

$$W = -\Delta U$$

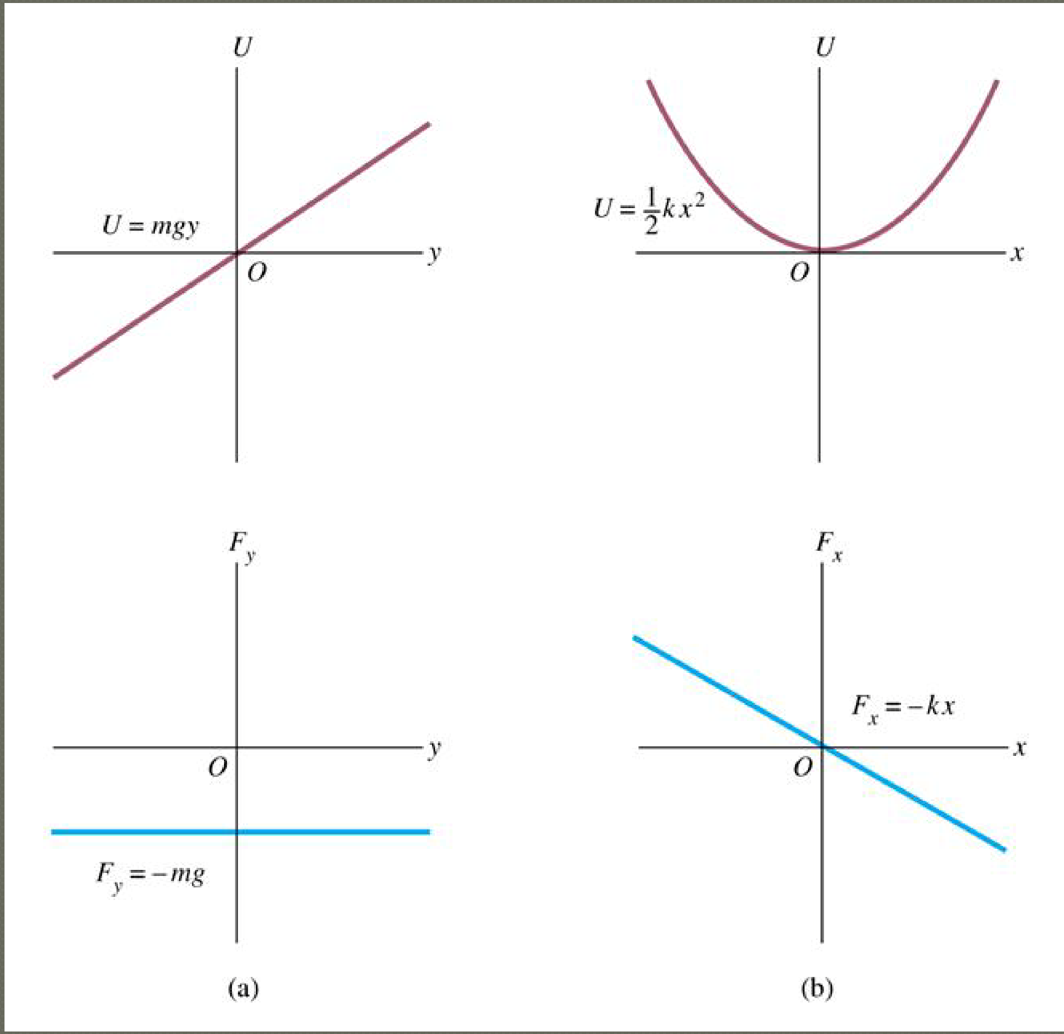
$$F_x(x)\Delta x = -\Delta U$$

$$F_x(x) = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$F_x(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad \Rightarrow$$

Força obtida da energia potencial em uma dimensão.

Força e energia potencial



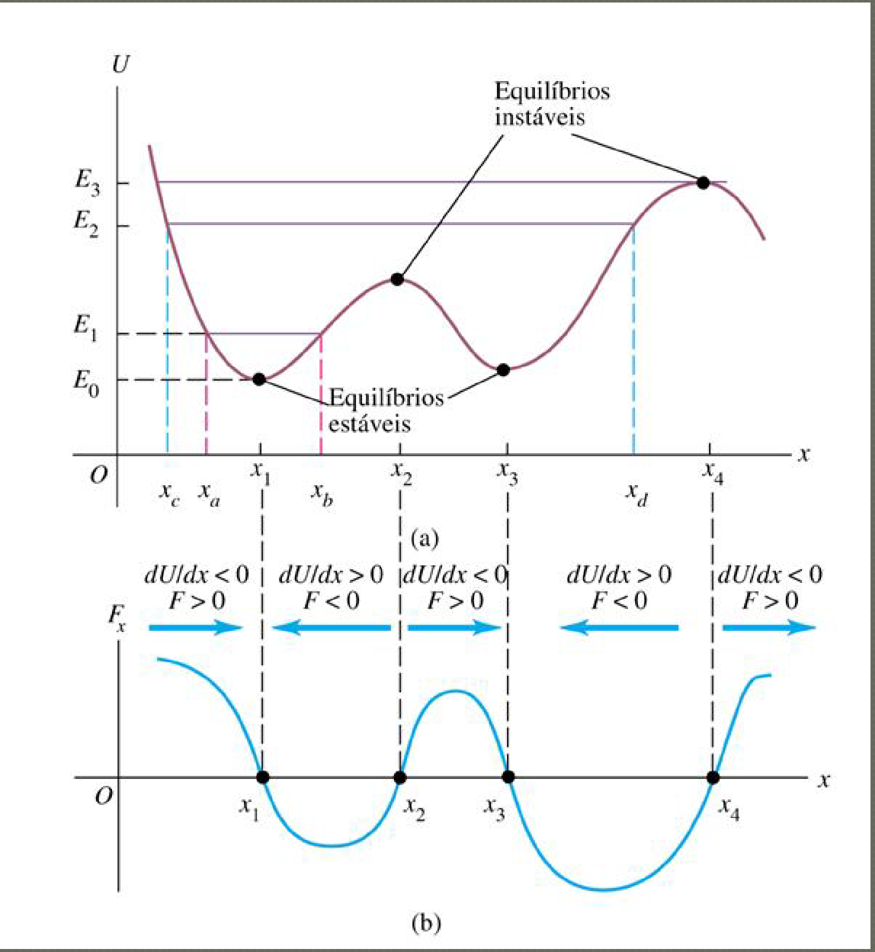
Em cada caso, a força é dada pela derivada da energia potencial com o sinal contrário.

$$F_x(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

(a) Gráfico da força gravitacional em função da posição.

(b) Gráfico da força da mola em função da posição.

Força e energia potencial



(a) Uma função de energia potencial $U(x)$ hipotética.

(b) A força correspondente $F_x = -dU/dx$. Os máximos e mínimos da curva $U(x)$ correspondem aos pontos onde $F_x = 0$.

Força e energia potencial

Situação tridimensional

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = F_x(x)\mathbf{i} + F_y(y)\mathbf{j} + F_z(z)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{dU(\mathbf{r})}{d\mathbf{r}} \quad \begin{cases} F_x(x) = -\dfrac{\partial U(x)}{\partial x} \\[2ex] F_y(y) = -\dfrac{\partial U(y)}{\partial y} \\[2ex] F_z(z) = -\dfrac{\partial U(z)}{\partial z} \end{cases}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{\partial U}{\partial x}\mathbf{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\mathbf{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\mathbf{k} \quad \Rightarrow$$

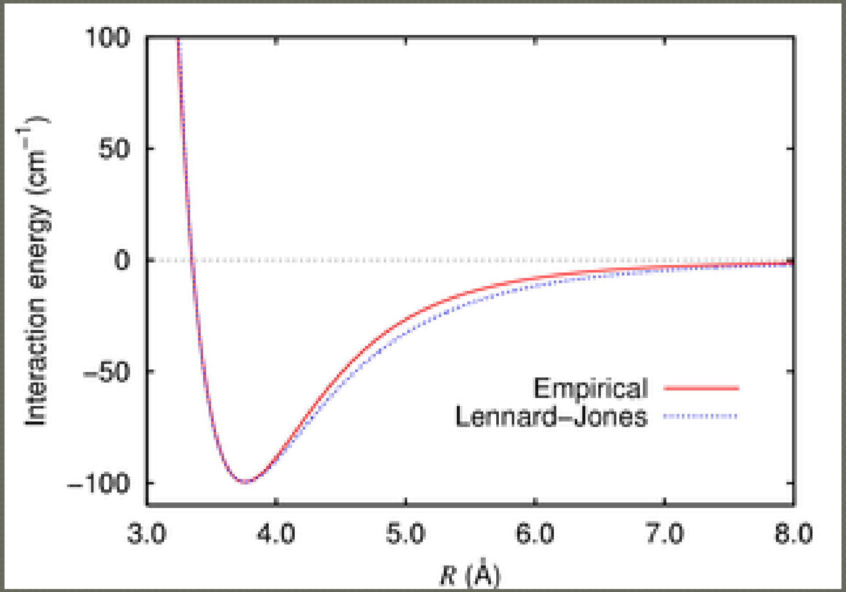
Força obtida da energia potencial tridimensional.

Potencial de Lennard-Jones

$$V(r) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right]$$

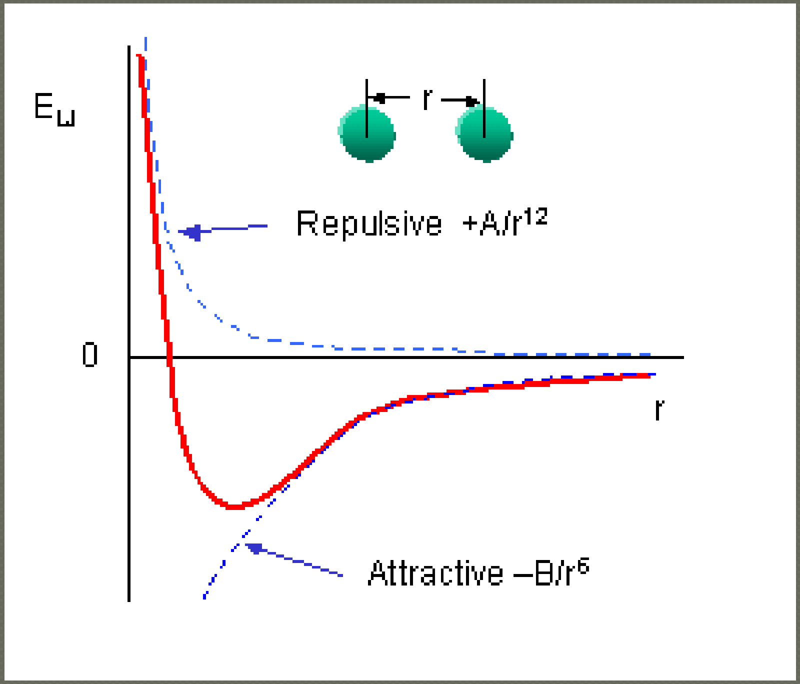
$\varepsilon \rightarrow$ Profundidade do vale do potencial;
r $\rightarrow$ Distância entre as partículas;
$\sigma \rightarrow$ Distância em que o potencial é zero;

Potencial de Lennard-Jones para o dímero de argônio



John Lennard-Jones
[Leigh, Inglaterra]
(1894-1954)

Potencial de Lennard-Jones



Potencial de Lennard-Jones

$$V(r) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right]$$

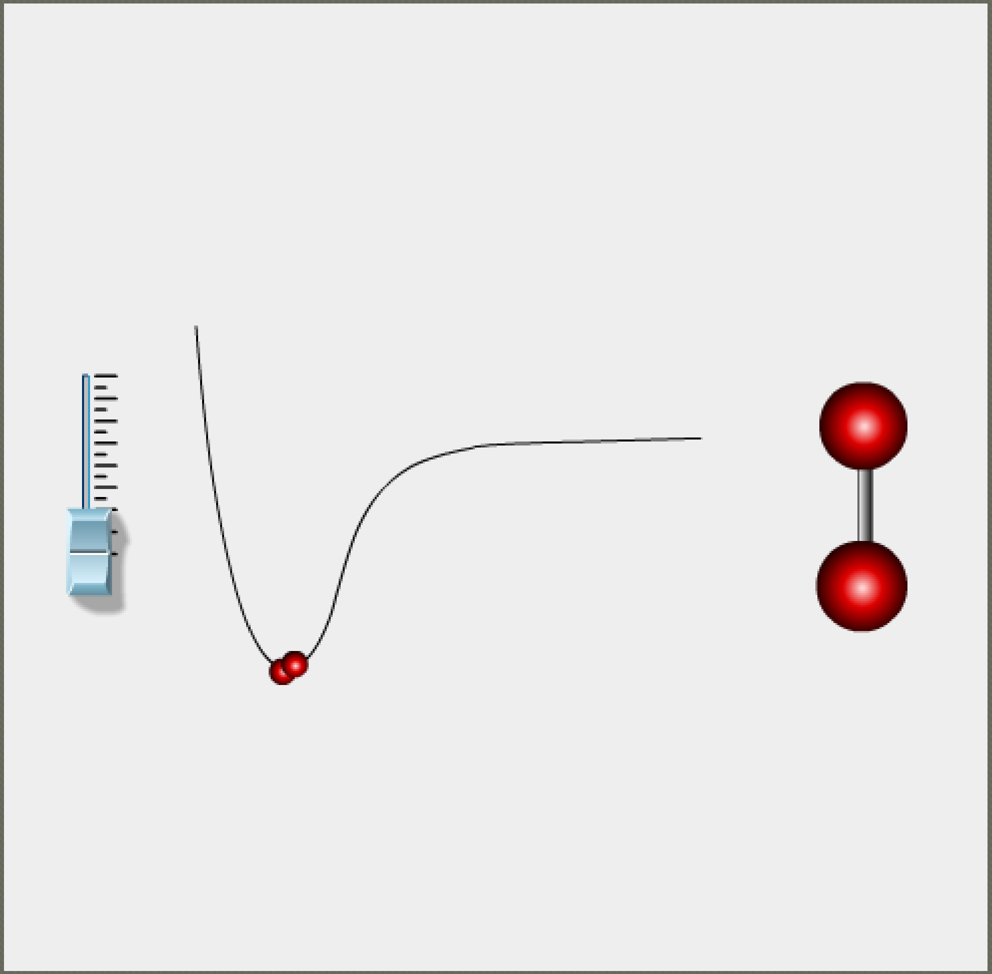
Força entre partículas sujeitas ao potencial de Lennard-Jones

$$F(r) = -\frac{dV(r)}{dr}$$

$$F(r) = 4\varepsilon\left(12\frac{\sigma^{12}}{r^{13}} - 6\frac{\sigma^{6}}{r^{7}}\right)$$

Potencial de Lennard-Jones

Molécula diatômica



http://www.chm.bris.ac.uk/webprojects2002/grant/webcomp/diatomicpes.html

Potencial de Lennard-Jones

Interação intermolecular

Interação entre duas partículas usando o potencial de Lennard-Jones