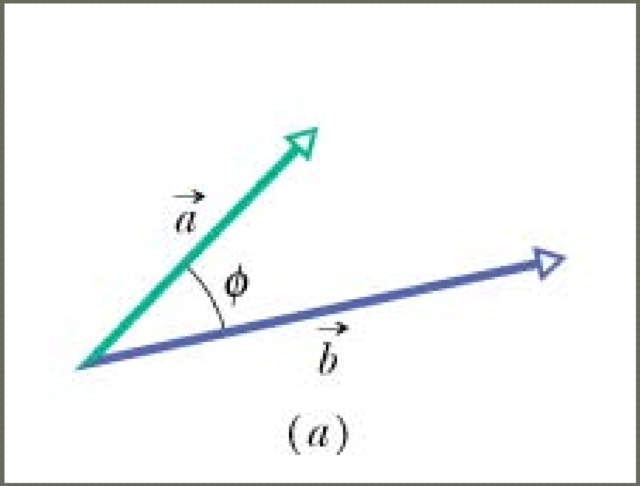
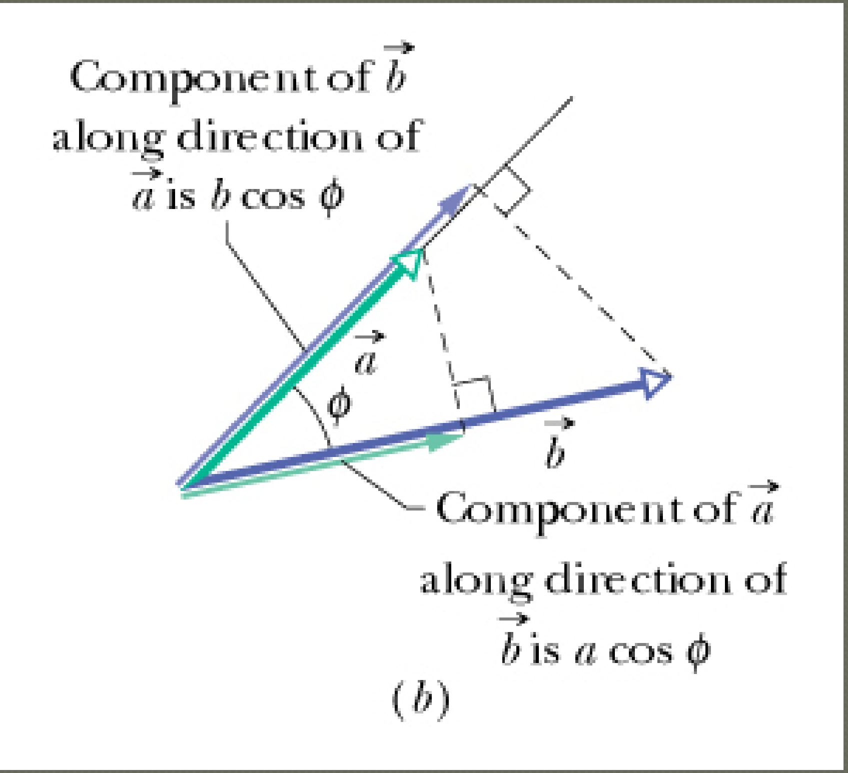
Física 1

6 – Trabalho e Energia Cinética

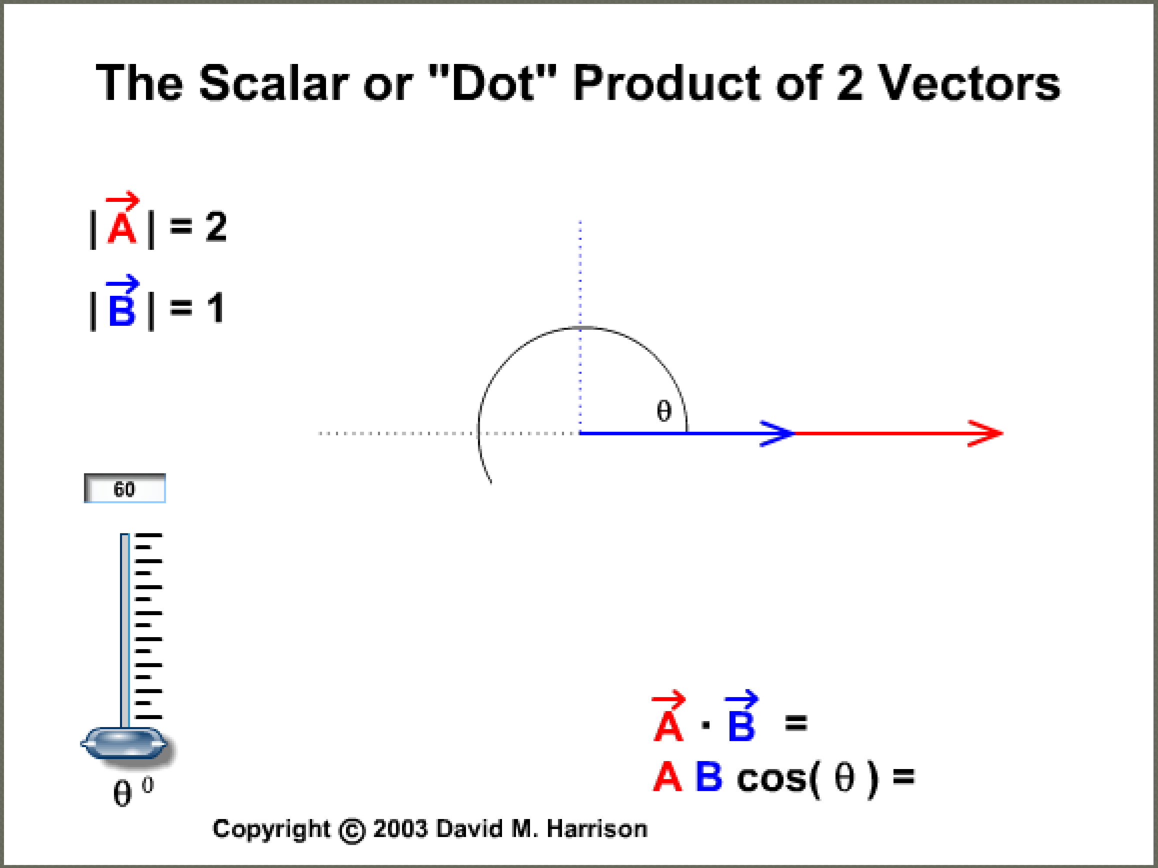
Produto escalar





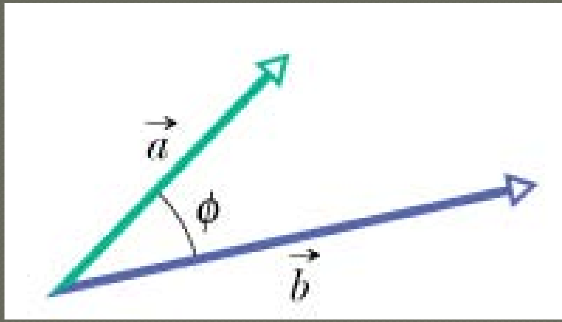
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = ab \cos \phi$$

Produto escalar



http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/Vectors/DotProduct/DotProduct.html

Produto escalar



$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = ab\cos\phi$$

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{a} = a^2$$

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \left(a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}+a_z\mathbf{k}\right)\cdot\left(b_x\mathbf{i}+b_y\mathbf{j}+b_z\mathbf{k}\right)$$

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{i}\cdot\mathbf{k}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{k}=0$$

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{i}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}=1$$

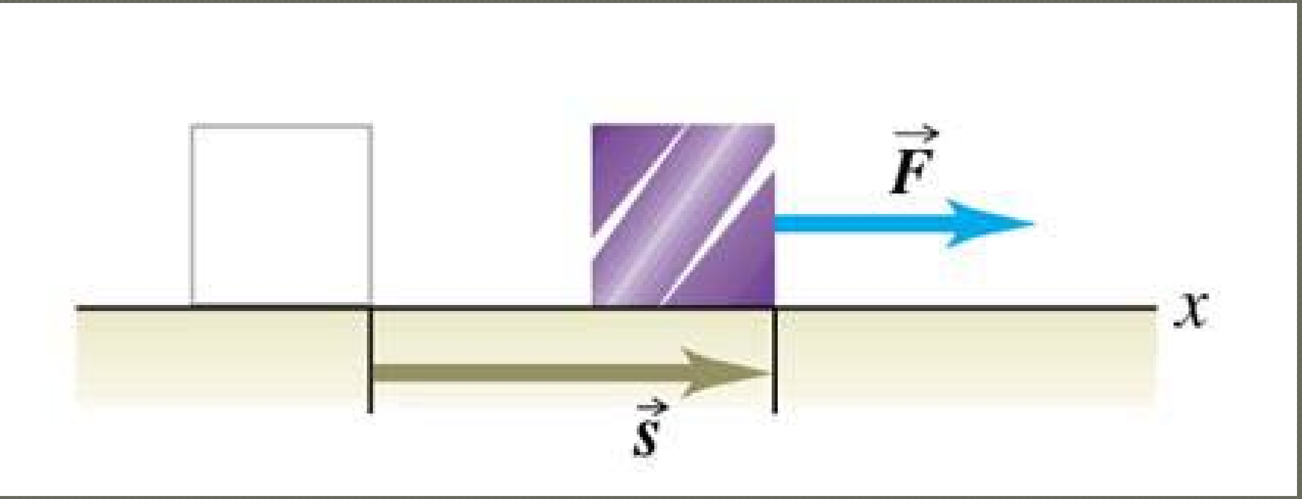
$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Comutatividade da multiplicação: $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$

Distributividade da multiplicação: $\left(\mathbf{a}+\mathbf{b}\right)\cdot\mathbf{c}=\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}$

Definição de trabalho

Força constante atuando na direção e sentido do deslocamento.



$$W = Fs$$

Unidades

Sistema Internacional:	N.m = J (Joule)
Sistema Inglês:	BTU (British Thermal Unit)
CGS:	erg
Outros:	cal, eV (elétron-volt)

Fatores de conversão:

1 BTU = 1.055 J

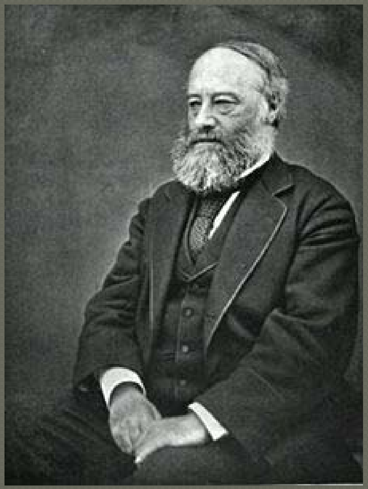
1 J = 10^7 erg

1 cal = 4,186 J

1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J

James Prescott Joule

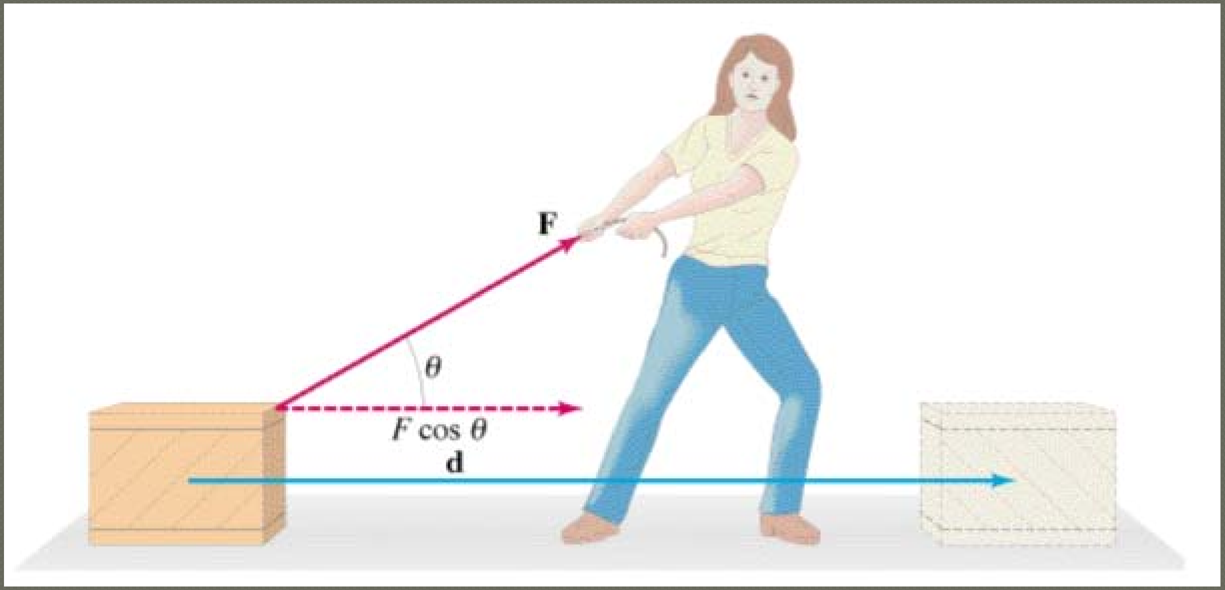
Nascimento:	24/12/1818 Salford, Lancashire, Inglaterra
Morte:	11/10/1889 Sale, Cheshire, Inglaterra 70 anos
Cidadania:	Inglesa
Assuntos:	Física
Conhecido por:	Primeira Lei da Termodinâmica



James Prescott Joule
(1818 - 1889)

Trabalho da força componente

Força constante atuando na direção do ângulo θ em relação ao deslocamento



$$W = Fd\cos\theta$$

Trabalho

Trabalho nulo

Força constante atuando ortogonalmente à direção do deslocamento

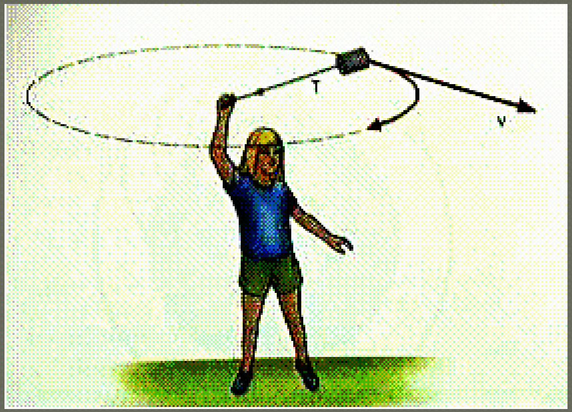
$$W = Fd\cos\theta = Fd\cos 90 = Fd0$$

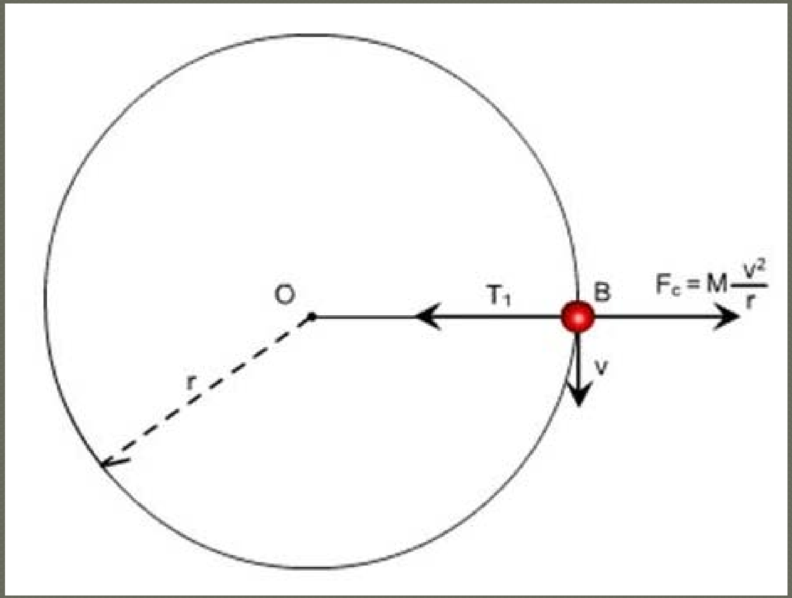
$$W = 0$$

Questão para discussão

Trabalho

Quando uma força resultante não nula e de módulo constante atua sobre um objeto que se move, pode o trabalho total realizado sobre o objeto ser zero? Explique e forneça um exemplo para ilustrar sua resposta.

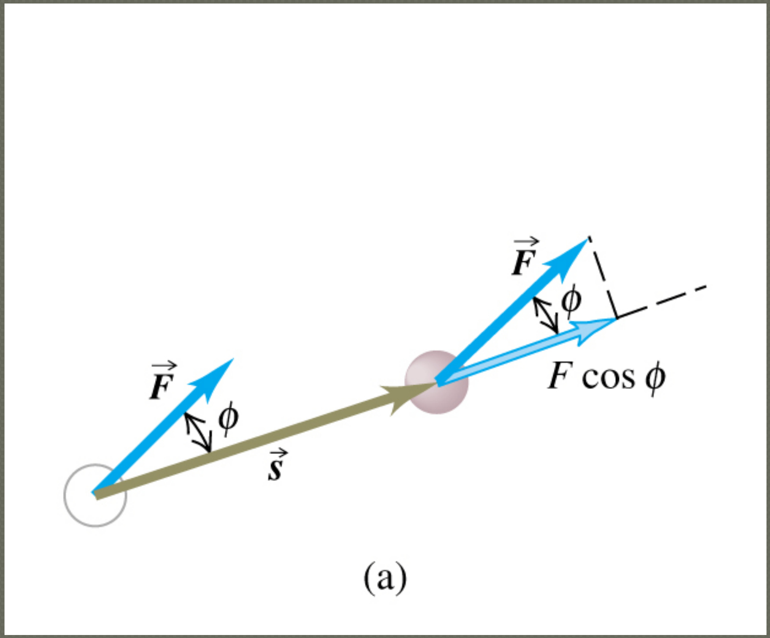




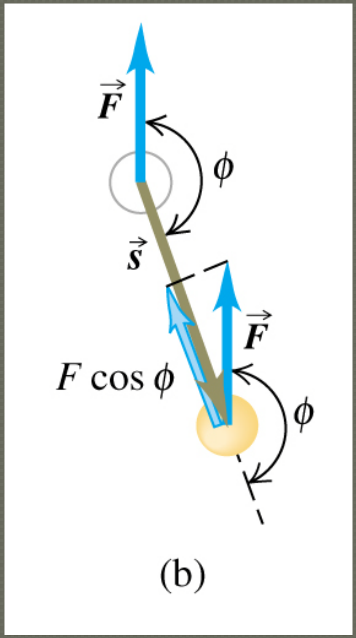
Trabalho

Trabalho pode ser representado por um produto escalar

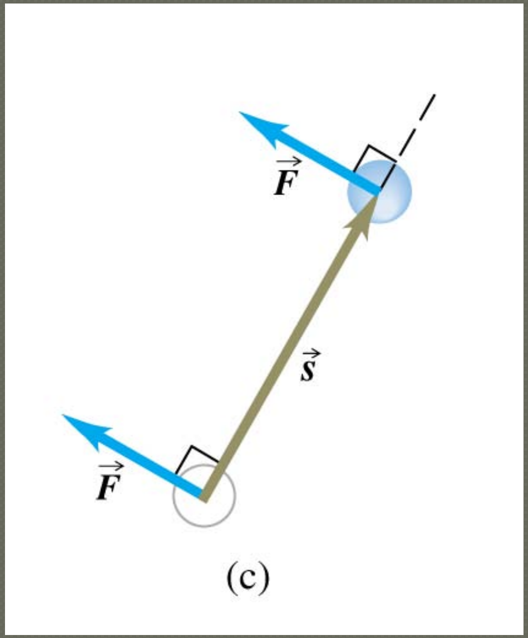
$$W = Fs\cos\phi \quad \Rightarrow \quad W = \mathbf{F}.\mathbf{s}$$



$W > 0$



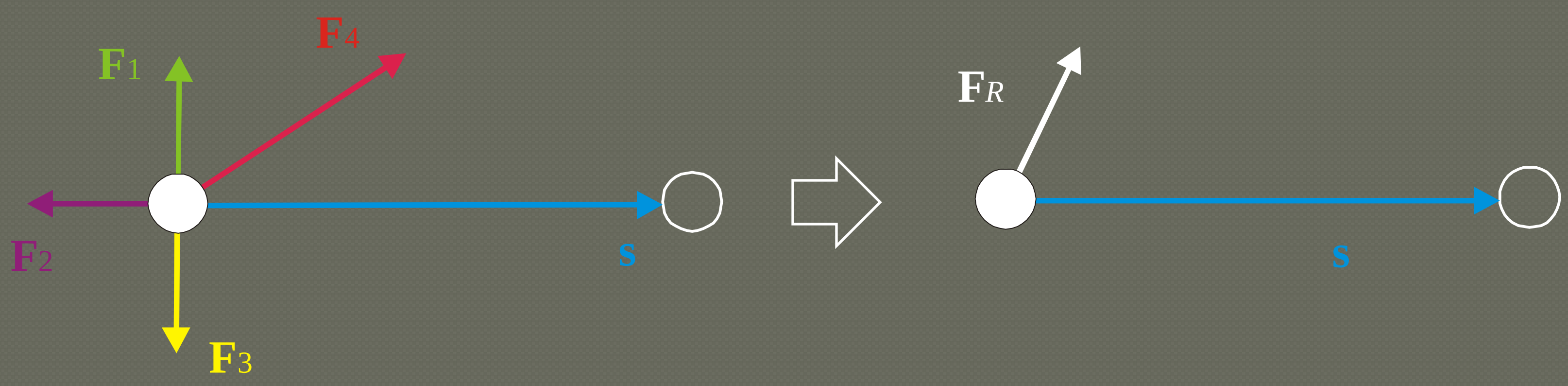
$W < 0$



$W = 0$

Trabalho executado por mais de uma força

O trabalho realizado por um conjunto de forças num dado deslocamento é igual ao trabalho realizado pela força resultante no mesmo deslocamento.



$$W = \mathbf{F}_1.\mathbf{s} + \mathbf{F}_2.\mathbf{s} + \mathbf{F}_3.\mathbf{s} + \mathbf{F}_4.\mathbf{s} = \left(\sum \mathbf{F}_i\right).\mathbf{s} = \mathbf{F}_R.\mathbf{s}$$

Questão para discussão

Trabalho

Um elevador é suspenso pelos cabos mantendo velocidade constante. O trabalho total realizado sobre o elevador é positivo, negativo ou nulo? Explique.

Trabalho e energia cinética

Teorema do trabalho-energia cinética

O trabalho realizado pela força resultante sobre uma partícula é igual à variação da energia cinética da partícula.

$$v_2^2 = v_1^2 + 2as$$

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

$$ma = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

$$Fs = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W = K_2 - K_2$$

Energia cinética

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$$

Teorema do trabalho-energia cinética

$$\boxed{W_{\text{tot}} = K_2 - K_1 = \Delta K}$$

Trabalho e energia cinética

O significado da energia cinética

A energia cinética de uma partícula é igual ao trabalho total realizado para acelerá-la a partir do repouso até sua velocidade presente.

$$W = \Delta K = K - K_0 = K - 0 = K$$

A energia cinética de uma partícula é igual ao negativo do trabalho total que deve ser realizado no processo de conduzi-la até o repouso.

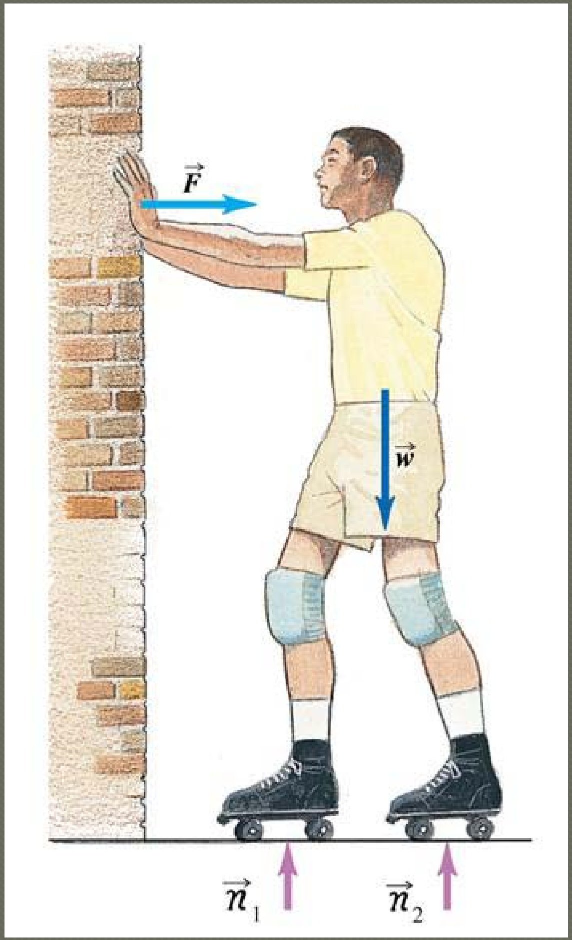
Trabalho e energia cinética

O significado da energia cinética

O arremessador de um time de beisebol realiza trabalho (W) positivo sobre a bola, transferindo energia para ela. A energia é ganha na forma de energia cinética (K), que faz com que a velocidade da bola, inicialmente em repouso ($v_0 = 0$), aumente para v.

$$W = \Delta K = K - K_0 = K - 0 = K = \frac{1}{2}mv^2$$

Trabalho e energia cinética em sistemas compostos

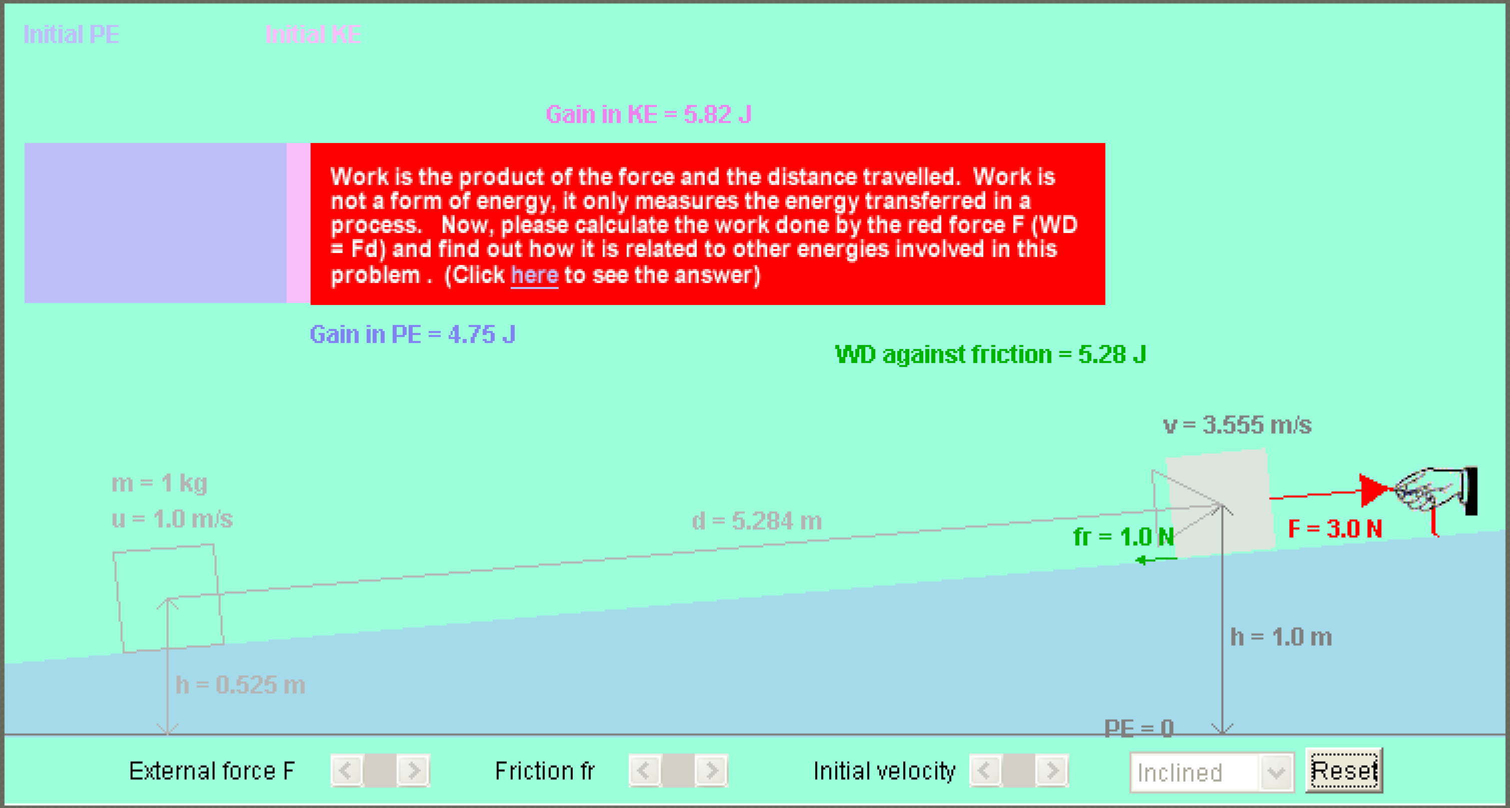


Forças externas que atuam sobre um patinador que empurra a parede. O trabalho realizado por essas forças é igual a zero, mas apesar disso sua energia cinética variou.

A força **F** não realiza trabalho, pois seu ponto de aplicação (a mão do patinador) não se desloca.

Trabalho e energia cinética

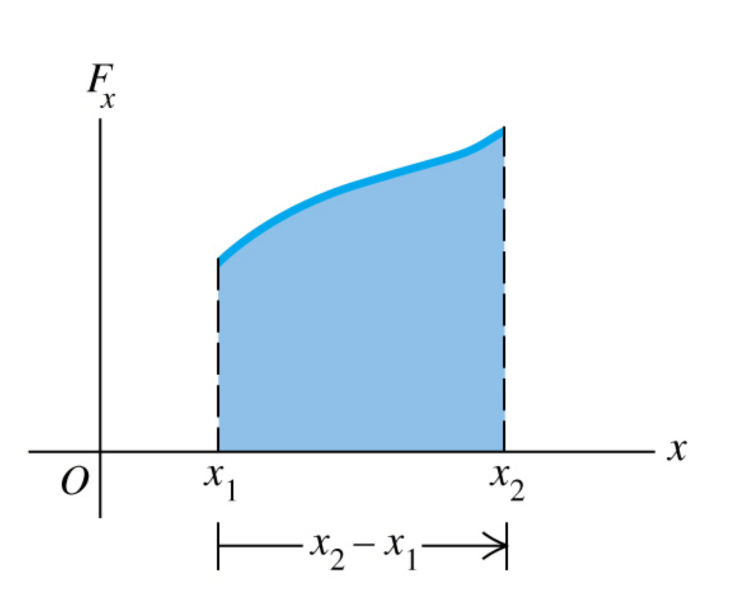
Trabalho ao longo de uma rampa



Trabalho e energia com forças variáveis

Conceito de integral

Comportamento da força **F** ao longo do eixo *x*.

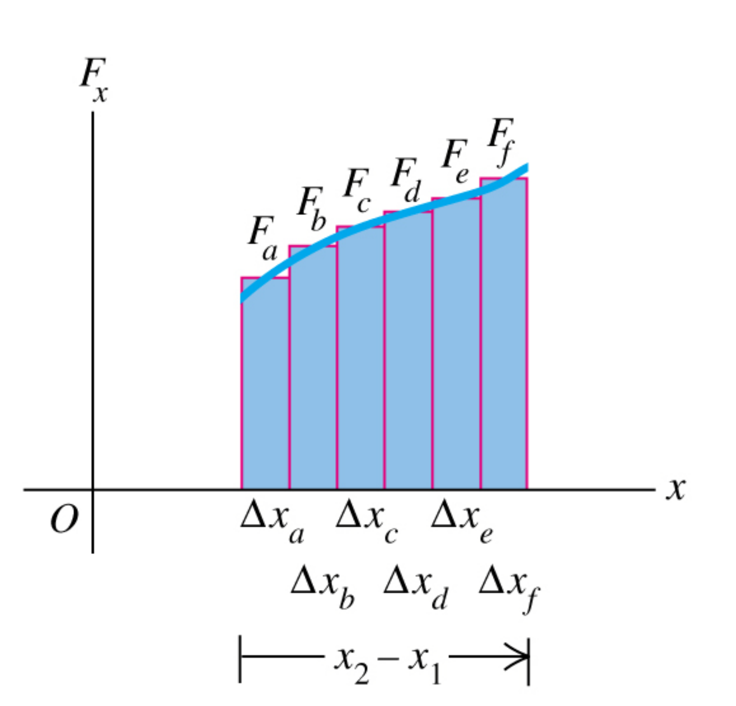


Qual é o trabalho de F_x no deslocamento Δx?

Trabalho e energia com forças variáveis

Conceito de integral

Divide-se a área em pequenos retângulos de base Δx_i e altura F_i. Se Δx_i for suficientemente pequeno, F_i será aproximadamente constante nesse deslocamento.



$$W = F_a \Delta x_a + F_b \Delta x_b + \cdots$$

$$W = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_i F_i \Delta x_i = \text{Área sob a curva}$$

Diz-se que W é a integral da função $F_{(x)}$ no intervalo entre x_1 e x_2.

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

Integrais

$$\int dx = x$$

$$\int audx = a\int udx$$

$$\int (u+v)\,dx = \int udx + \int vdx$$

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$$

$$\int e^x dx = e^x$$

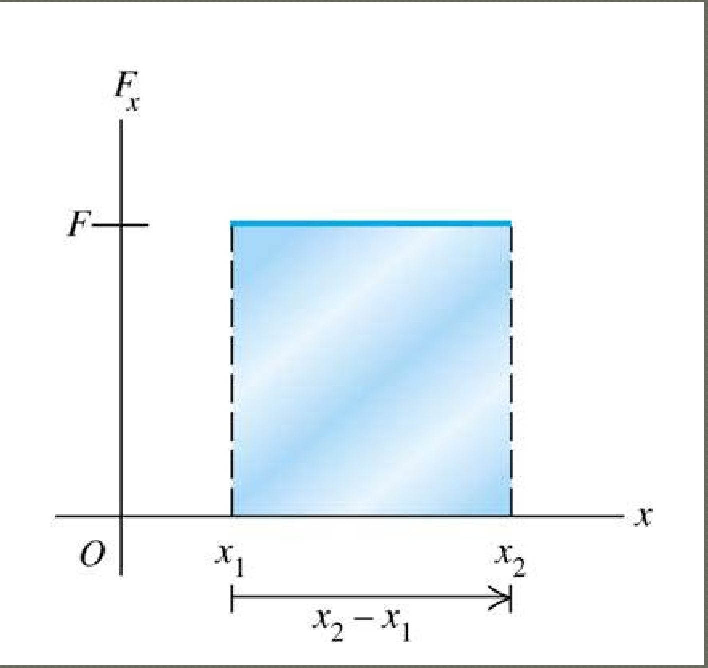
$$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x$$

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x$$

Trabalho e energia com forças variáveis

Trabalho como área de uma função

Em um gráfico da força em função da posição, o trabalho total realizado pela força é representado pela área embaixo da curva entre a posição inicial e a posição final.

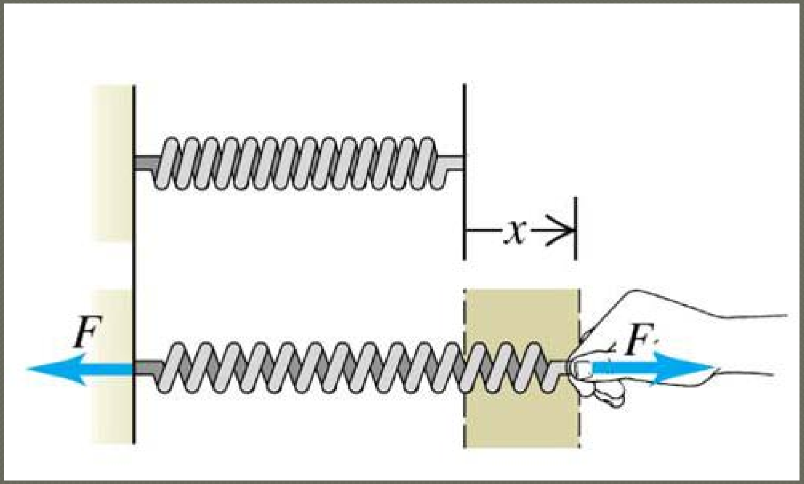


Trabalho realizado por uma força constante

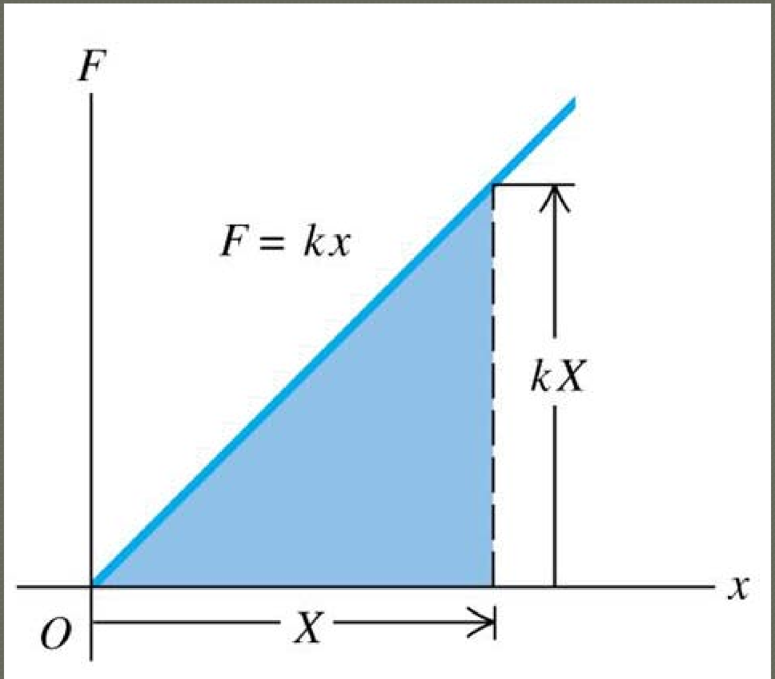
$$W = F\left(x_2 - x_1\right)$$

Trabalho e energia com forças variáveis

Trabalho como área de uma função



Força externa necessária para esticar a mola: $F = kx$.

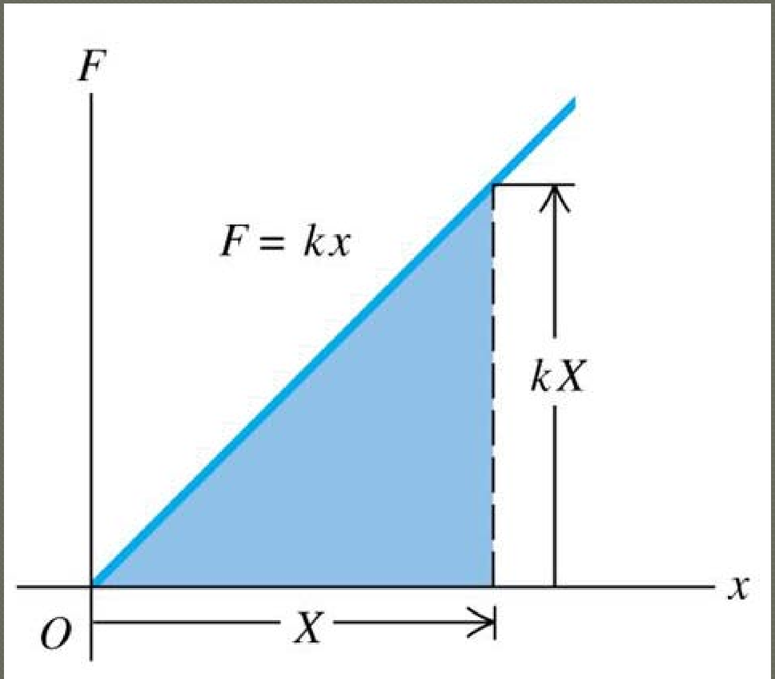


O trabalho realizado pela força F é igual à área do triângulo azul.

$$W = \frac{1}{2}(X)(kX) = \frac{1}{2}kX^2$$

Trabalho e energia com forças variáveis

Trabalho como área de uma função



$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} kx^2 \Big]_{x_1}^{x_2}$$

$$W = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

O trabalho realizado pela força F é igual à área do triângulo azul.

Trabalho e energia com forças variáveis

Conversão da energia cinética em trabalho

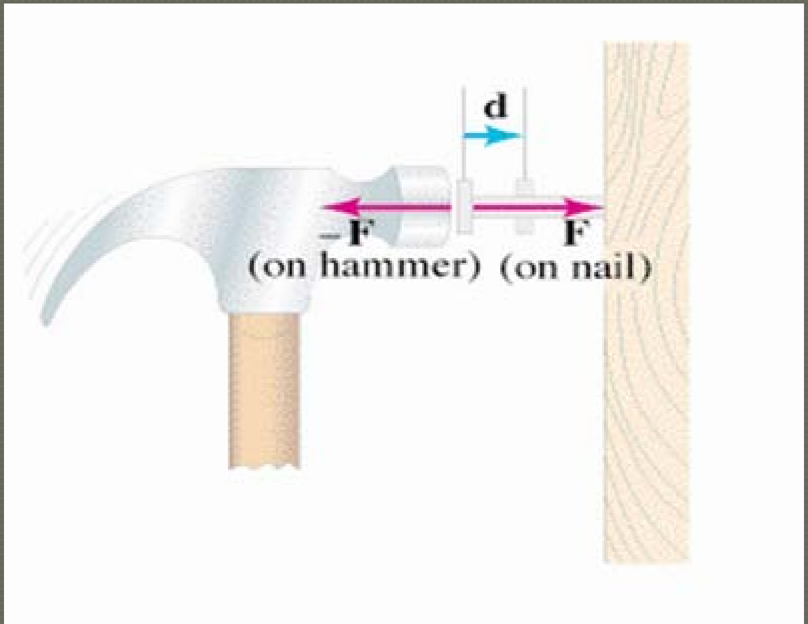
A energia cinética do martelo será convertida em trabalho de deslocamento da cabeça do prego.

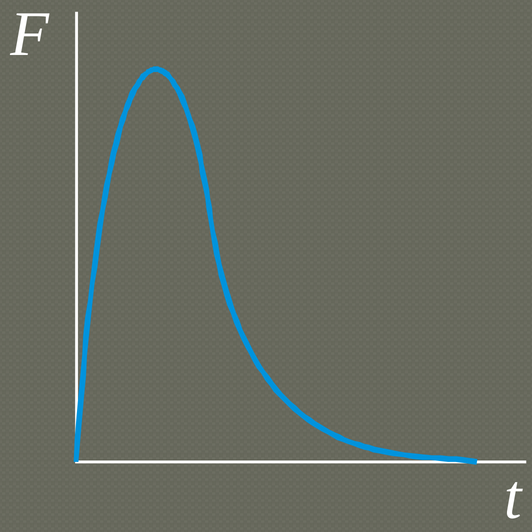
$$W = \Delta K$$

Trabalho e energia com forças variáveis

Conversão da energia cinética em trabalho

A força exercida pelo martelo é variável

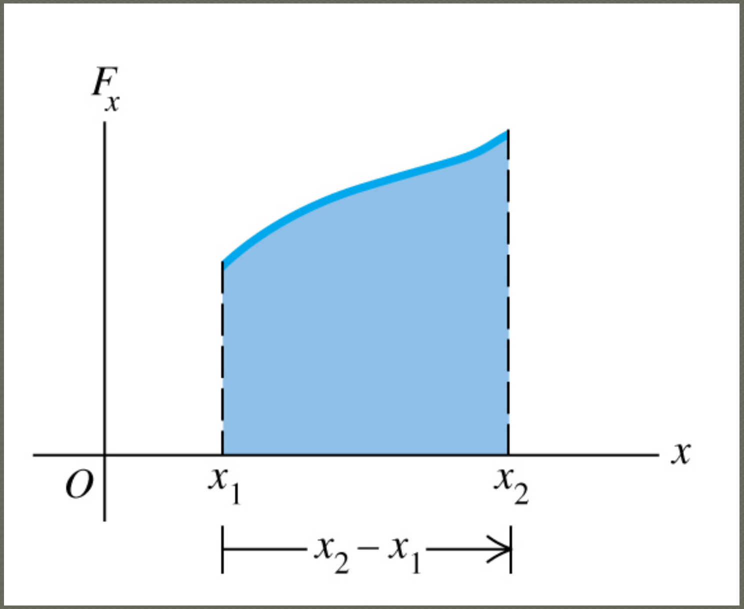




$$\Delta K = W = \int F dx$$

Trabalho e energia com forças variáveis

Teorema do trabalho-energia para um movimento retilíneo com força variável



Teorema do trabalho-energia cinética:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} m a dx$$

Aplicação da regra da cadeia:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

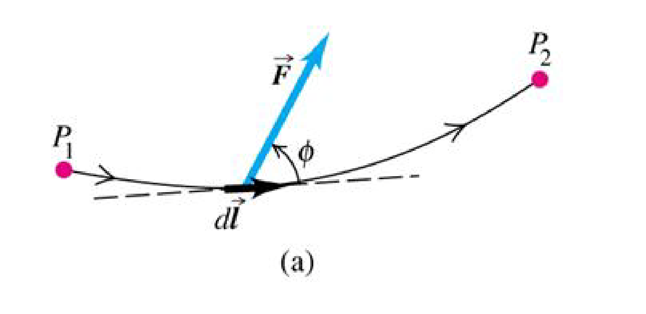
$$W = m\int_{x_1}^{x_2} v\frac{dv}{dx} dx = m\int_{x_1}^{x_2} v dv$$

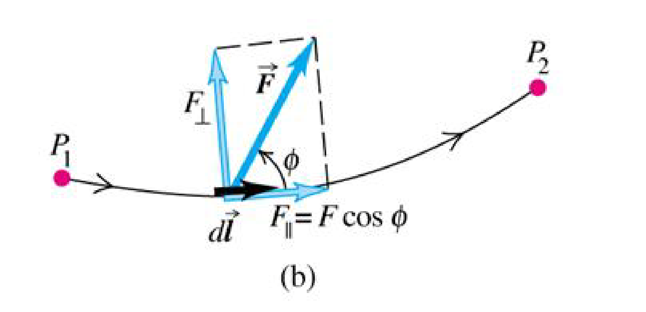
$$W = m\left(\frac{1}{2}v^2\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W = K_2 - K_1 = \Delta K$$

Trabalho e energia com forças variáveis

Teorema do trabalho-energia para um movimento ao longo de uma curva





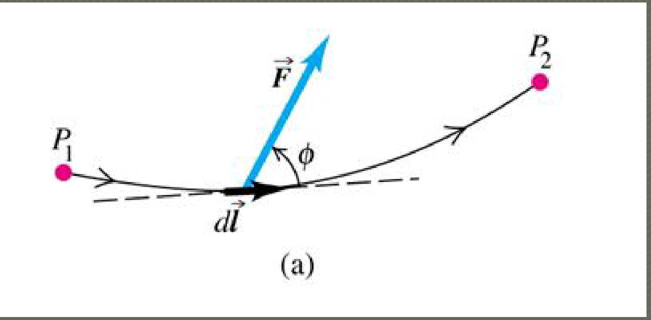
(a) Uma força **F** que varia em módulo, direção e sentido atua sobre uma partícula que se desloca de um ponto P_1 a um ponto P_2 ao longo de uma trajetória curva.

(b) A força que contribui para o deslocamento é o componente da força paralelo ao deslocamento, $F_\parallel = F\cos\phi$.

$$dW = F_\parallel dl = F\cos\phi\, dl = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}$$

Trabalho e energia com forças variáveis

Teorema do trabalho-energia para um movimento ao longo de uma curva



Durante um deslocamento infinitesimal $d\mathbf{l}$ (um pequeno segmento de sua trajetória), o trabalho dW realizado pela força $\mathbf{F}$ é dado por $dW = \mathbf{F}.d\mathbf{l}$.

Como a força F mantém-se constante em cada segmento, o trabalho realizado nesse segmento é igual à variação de energia cinética dK.

$$dW = F_{\parallel} dl = F \cos\phi \, dl = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

Definição

Potência é a taxa temporal da realização de um trabalho.

Potência média: $\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

Potência instantânea: $P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$

Potência e velocidade: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt}$

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

Potência

Unidades

Sistema Internacional: J/s = W (Watt)

Sistema Inglês: lb.pé/h

CGS: erg/s

Outros: BTU/h, hp (horse-power)

Fatores de conversão: 1 hp = 746 W
1 hp = 2,55 BTU/h = 550 lb.pé/h

James Watt

Nascimento:	19/01/1736 Greenock, Firth of Clyde, Escócia
Morte:	25/08/1819 Handsworth, Staffordshire, Inglaterra 83 anos
Cidadania:	Escocês
Assuntos:	Engenharia mecânica
Conhecido por:	Aperfeiçoamento da máquina a vapor

James Watt
(1736 - 1819)

Potência média

Aceleração de um dragster de 0 a 515 km/h (143 m/s) em 4,5 s

Massa do carro ≈ 1.050 kg
fonte

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{K - K_0}{t - t_0} = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - 0}{t - 0} = \frac{\frac{1}{2}(1.050\ \text{kg})(143\ \text{m/s})^2}{(4{,}5\ \text{s})}$$

$$P_m \approx 2{,}39\ \text{MW} \approx 3.200\ \text{hp}$$

http://br.youtube.com/watch?v=A4dJz6b9204

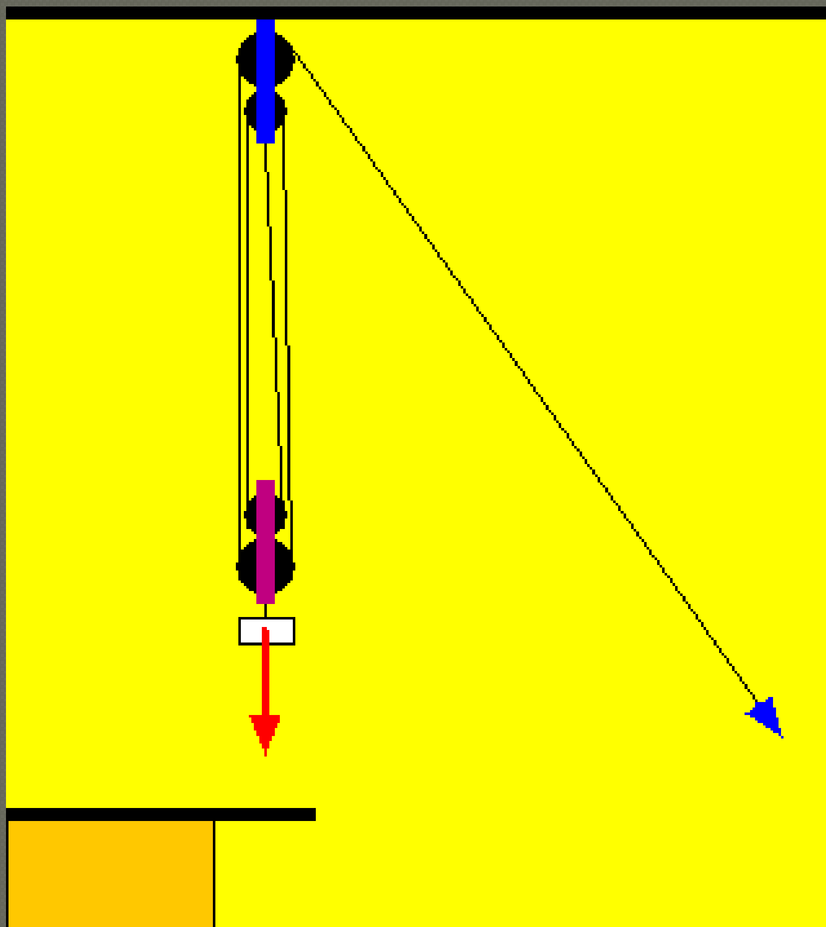
Questão para discussão

Potência

Um carro está sendo acelerado enquanto seu motor fornece uma potência constante. A aceleração do carro é maior no início ou no final do deslocamento? Explique.

Bugatti Veyron

Vantagem de um sistema de polias



4 roldanas

Peso:

G = 14.0 N

Peso da(s) roldana(s) soltas:

G' = 2.0 N

Força necessária:

F = (14.0 N + 2.0 N) : 4 =

= 4.00 N

Vantagem de um sistema de polias

Os cabos puxam os blocos para cima com uma tensão *T* (números em vermelho). Se a força resultante que age no bloco for zero, ele estará em equilíbrio. Caso contrário, o bloco irá acelerar (animação inicia).