

Física 1

2 – Movimento Retilíneo

Introdução

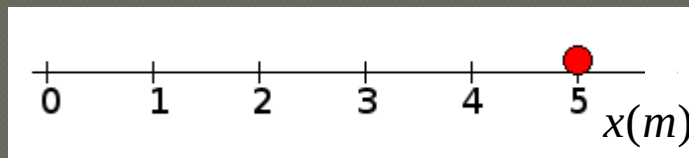
Objetivo do estudo da cinemática

Descrever o movimento dos corpos e fazer previsões acerca do movimento.



Definição

A posição de um corpo é definida por meio de suas coordenadas ou do seu vetor posição em relação a um referencial.



$$x = 5 \text{ m}$$

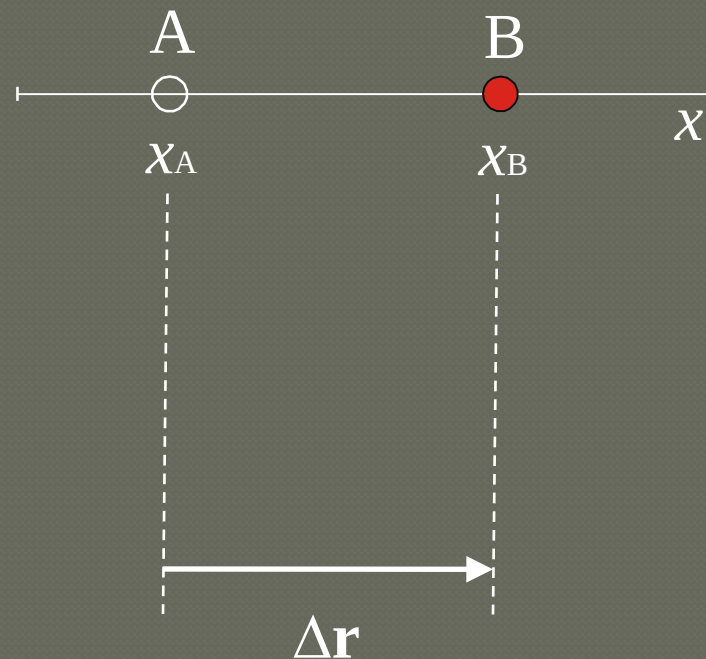


$$\mathbf{r} = (5 \text{ m})\mathbf{i}$$

Deslocamento

Definição

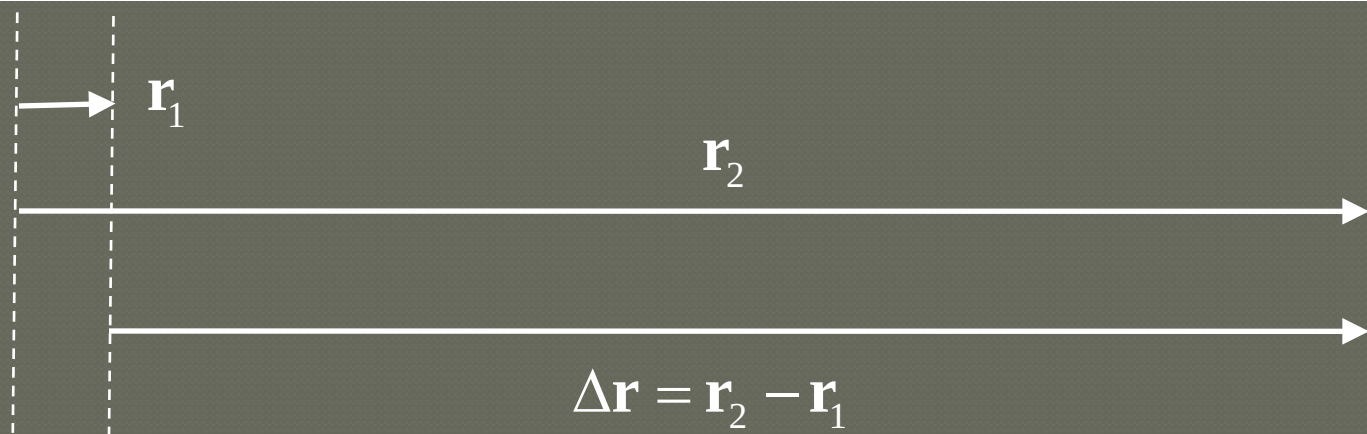
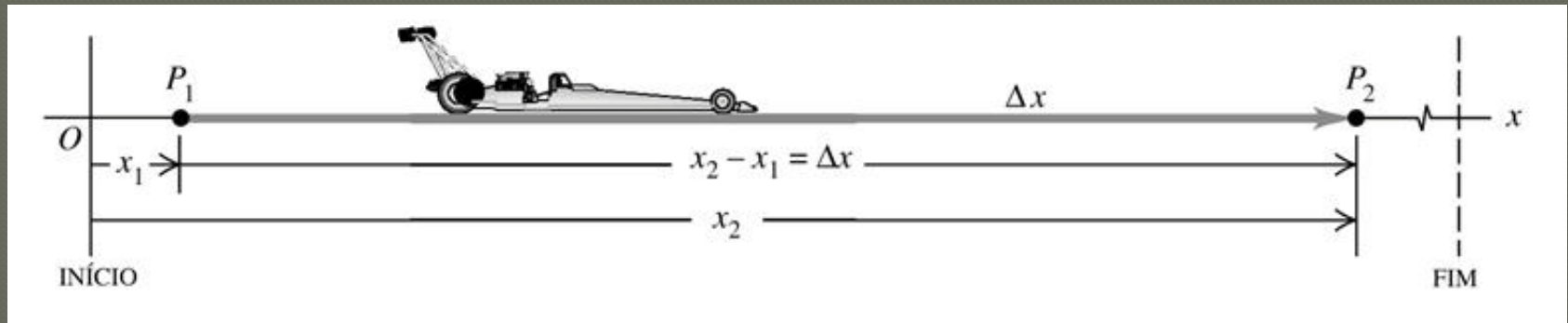
Deslocamento de um ponto A até um ponto B é a diferença entre a posição de B e a posição de A, em relação a um certo referencial espacial.



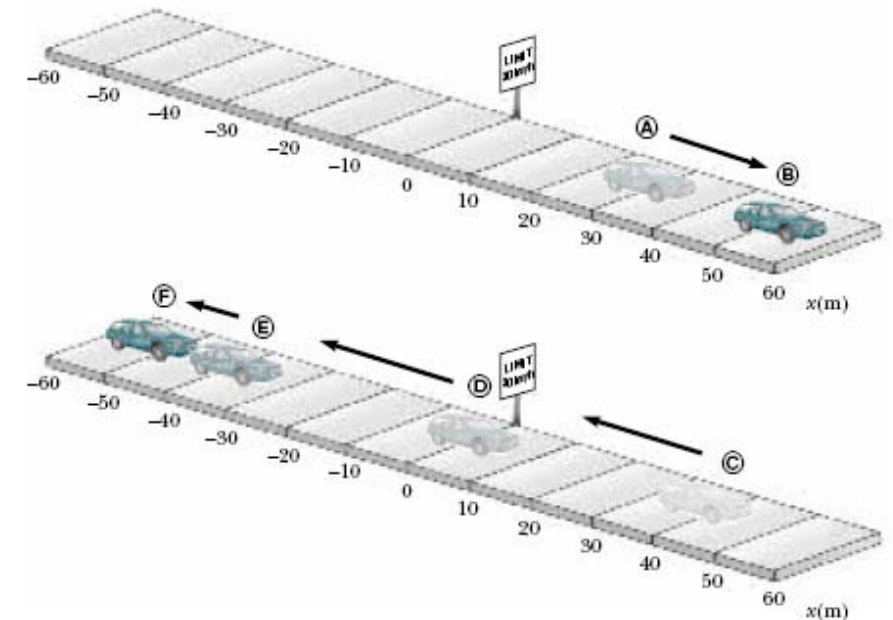
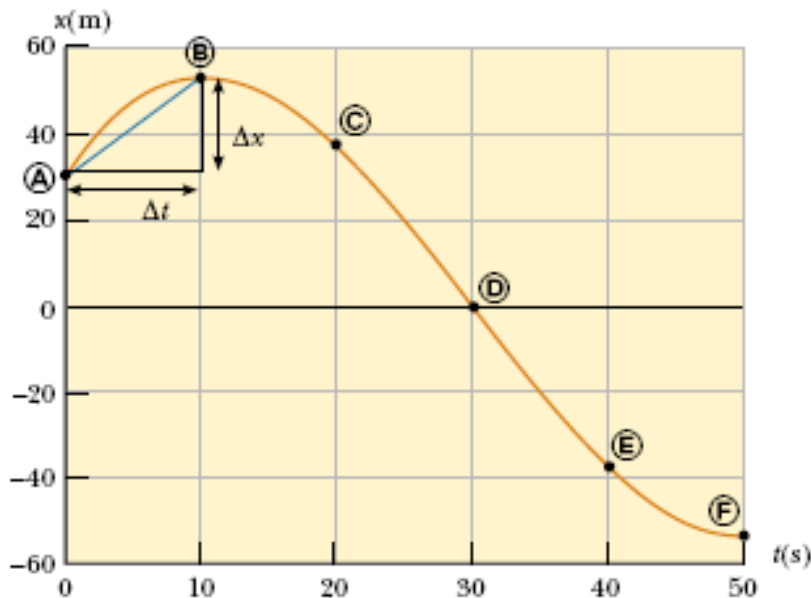
$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A$$

$$\Delta \mathbf{r} = (x_B - x_A) \mathbf{i}$$

Posição e deslocamento



Deslocamento



Position of the Car at Various Times

Position	t (s)	x (m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	-37
F	50	-53

Deslocamentos observados:

$$A \rightarrow B: \Delta x = +22 \text{ m}$$

$$B \rightarrow C: \Delta x = -14 \text{ m}$$

$$C \rightarrow D: \Delta x = -38 \text{ m}$$

$$D \rightarrow E: \Delta x = -37 \text{ m}$$

$$E \rightarrow F: \Delta x = -16 \text{ m}$$

$$A \rightarrow F: \Delta x = -83 \text{ m}$$

Deslocamento e distância percorrida

Displacement and Distance



Copyright © 2004 David M. Harrison

Deslocamento:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$$

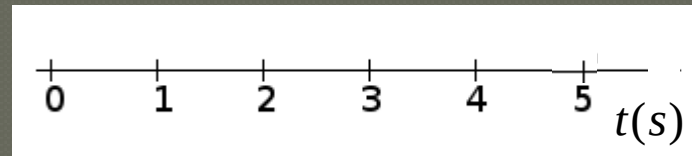
Distância:

$$\Delta s$$

~~$$\Delta s = s_B - s_A$$~~

Instante e intervalo de tempo

Na mecânica clássica, a linha do tempo cresce sempre no sentido positivo. Deve-se evitar o uso de referenciais de tempo com valores negativos.



Instante de tempo: $t = 3 \text{ s}$

Intervalo de tempo:

$$\Delta t = (5 \text{ s}) - (3 \text{ s}) = 2 \text{ s}$$

Velocidade média

Definição:

A velocidade média com que um móvel vai do ponto A ao ponto B é a razão entre o deslocamento de A até B e o intervalo de tempo decorrido nesse deslocamento.

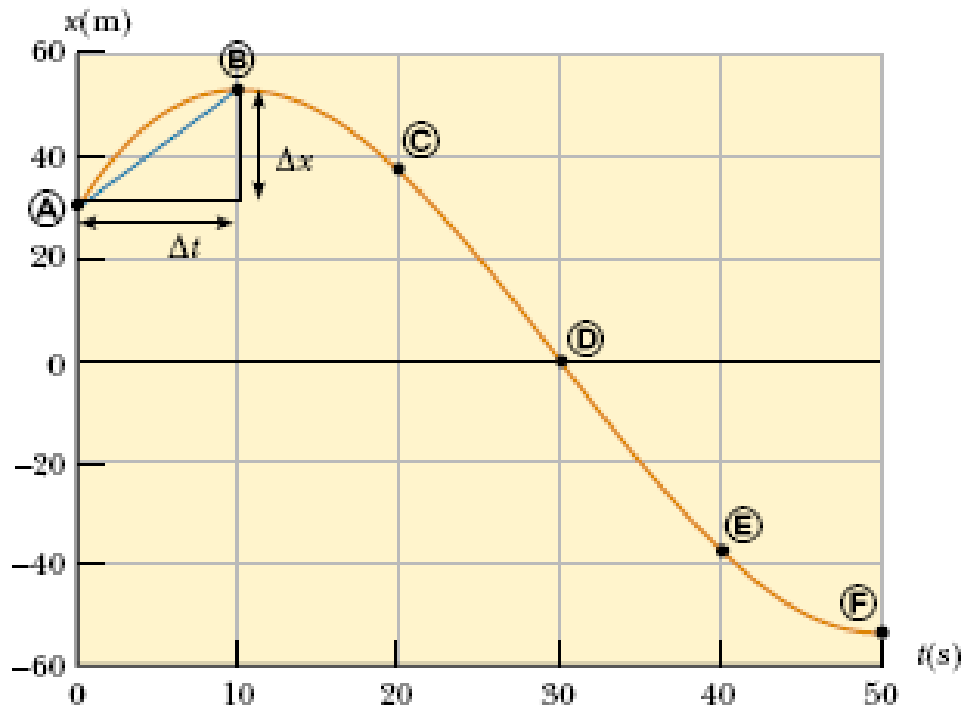
$$v_{m,AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$$

Ou simplesmente...

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Velocidade média

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



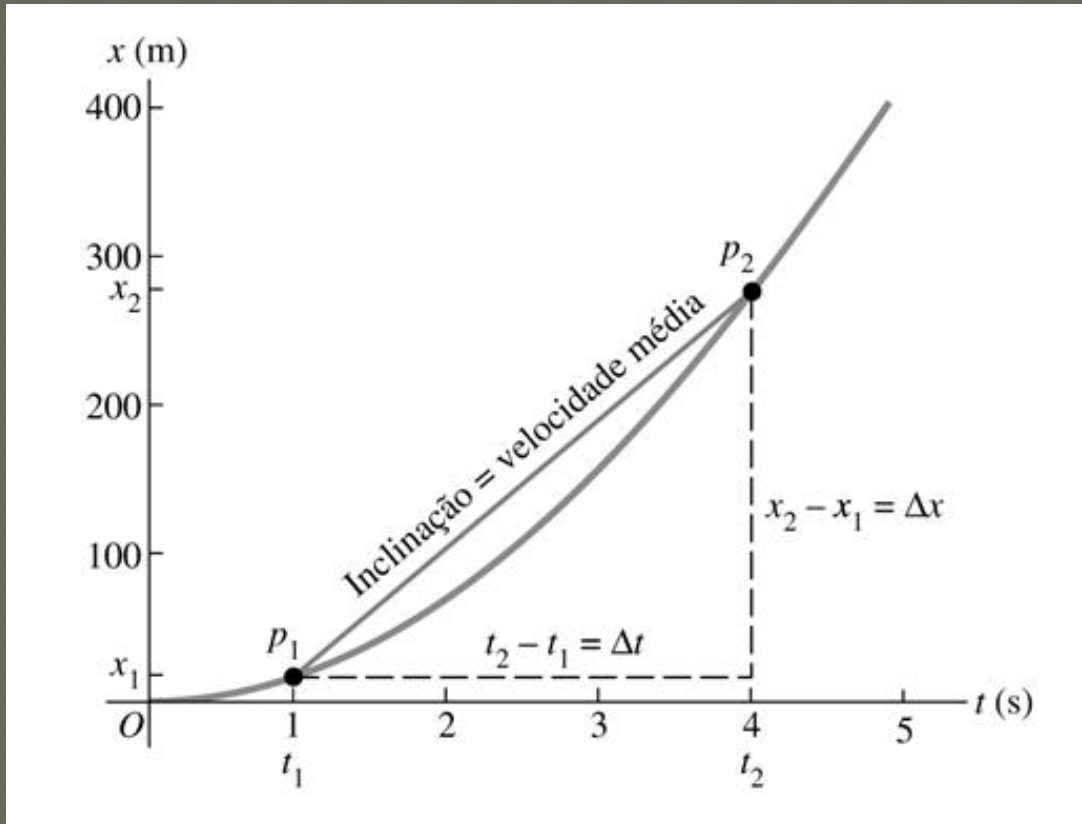
Position of the Car at Various Times

Position	$t(s)$	$x(m)$
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	-37
Ⓕ	50	-53

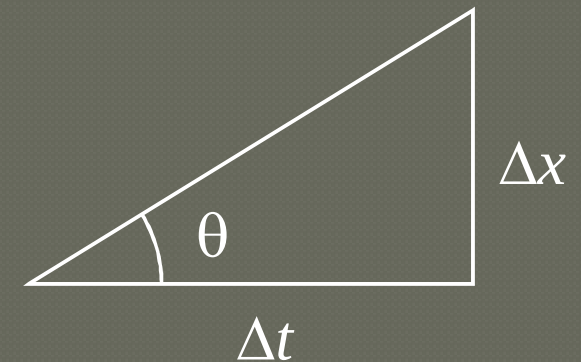
$$v_{m,AB} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{(52 \text{ m}) - (30 \text{ m})}{(10 \text{ s}) - (0 \text{ s})} = \frac{22 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 2,2 \text{ m/s}$$

Velocidade média

Interpretação gráfica



©2004 by Pearson Education



$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \theta$$



Inclinação da reta P_1P_2

Velocidade escalar média

A velocidade escalar média é a razão entre distância percorrida e o intervalo de tempo decorrido.

$$v_{em} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Como o nome sugere, a velocidade escalar média é uma **grandeza escalar**.

Um exemplo prático

Final dos 100 m nado livre – Olimpíadas de Atenas - 2004



Deslocamento:

$$\Delta x = x_f - x_i = 0 \text{ m}$$



Velocidade média:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0 \text{ m/s}$$

Velocidade escalar média:

$$v_{em} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(100,0 \text{ m})}{(48,17 \text{ s})} = 2,076 \text{ m/s}$$

Velocidade escalar média
dos três primeiros colocados:

$$1^\circ \rightarrow 2,076 \text{ m/s}$$

$$2^\circ \rightarrow 2,073 \text{ m/s}$$

$$3^\circ \rightarrow 2,059 \text{ m/s}$$

Velocidade instantânea

Definição:

A velocidade instantânea é o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo tende a zero. Ela é igual à taxa de variação da posição com o tempo.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$\frac{dx}{dt}$ é a *derivada primeira* da função $x(t)$ em relação a t .

Velocidade instantânea

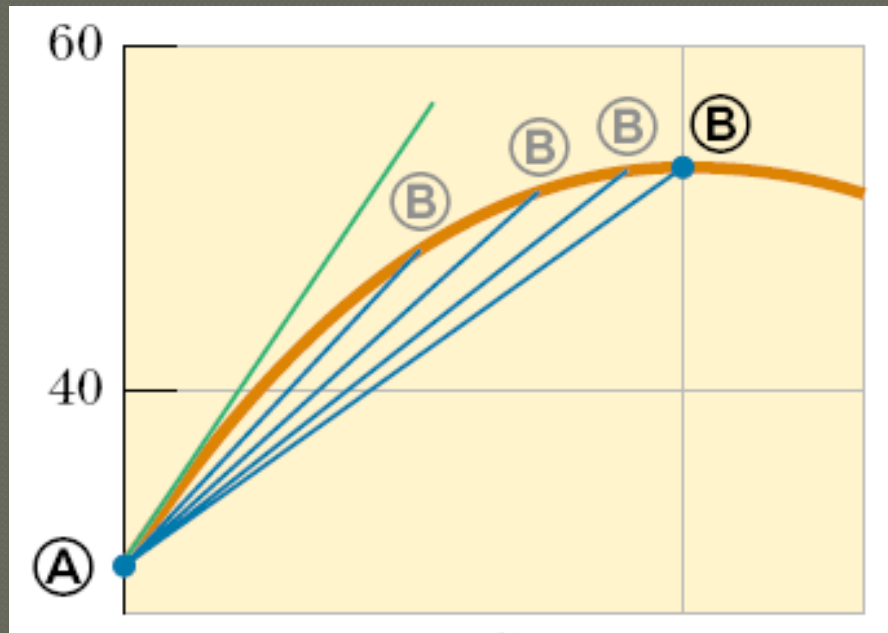
Velocímetro



$$v = 29 \text{ km/h}$$

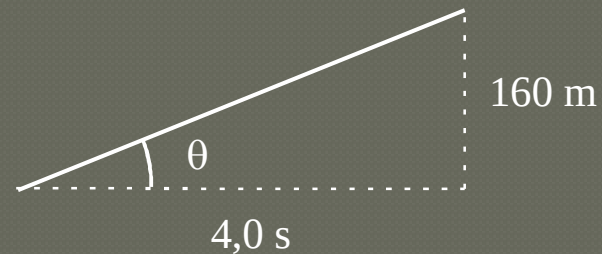
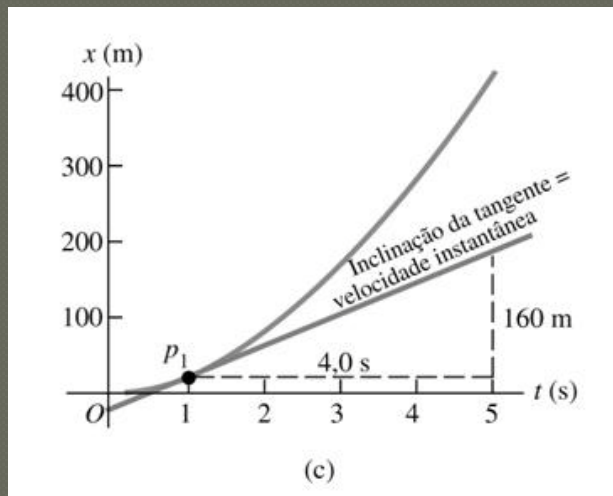
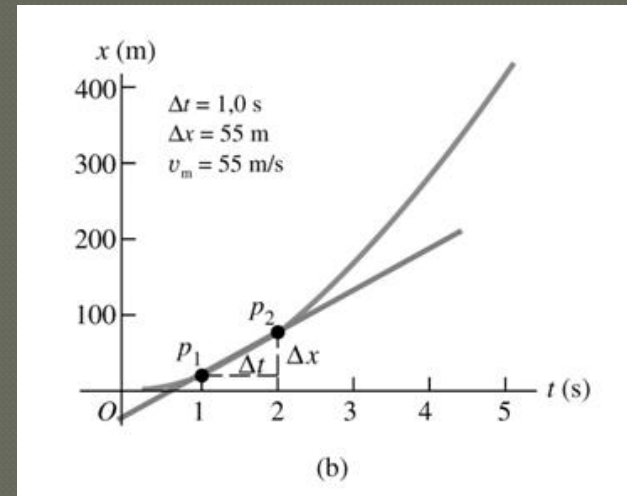
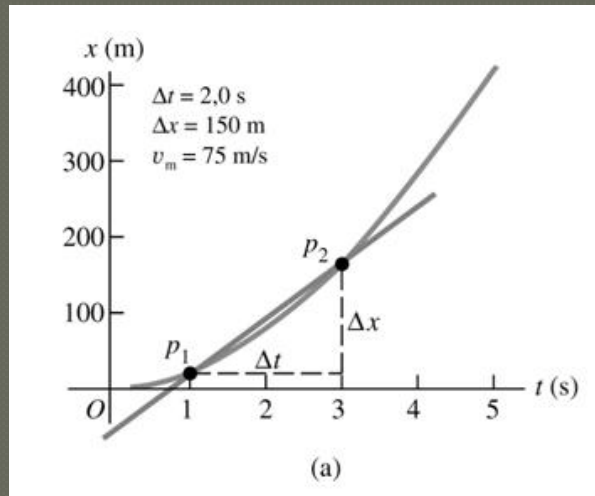
Velocidade instantânea

Aproximando-se cada vez mais o ponto B do ponto A, a velocidade média entre A e B tende para a velocidade instantânea em A.



$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

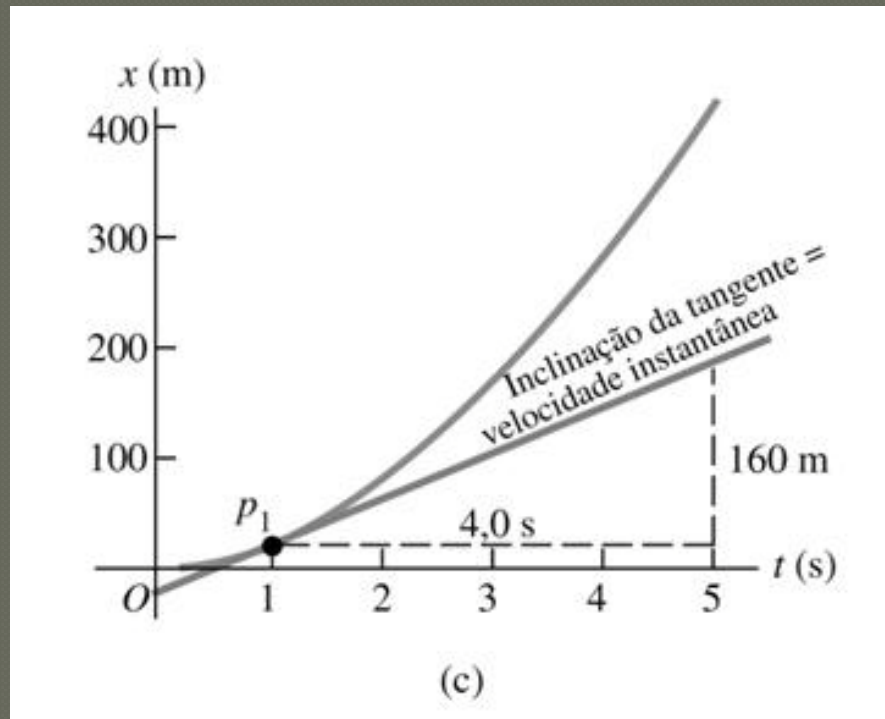
Velocidade instantânea



$$v_1 = \tan \theta = \frac{dx}{dt} = \frac{(160 \text{ m})}{(4,0 \text{ s})} = 40 \text{ m/s}$$

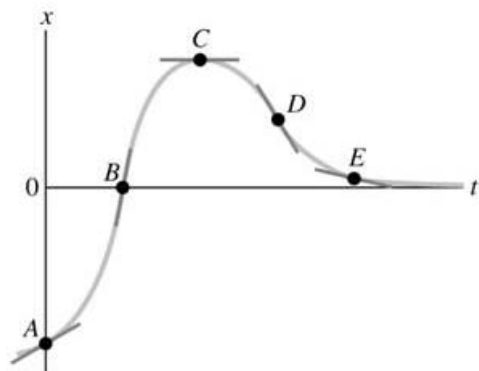
Velocidade instantânea

Em um gráfico da posição da partícula em função do tempo, $x(t) = f(t)$, a velocidade instantânea em qualquer ponto é igual à inclinação da tangente da curva nesse ponto.

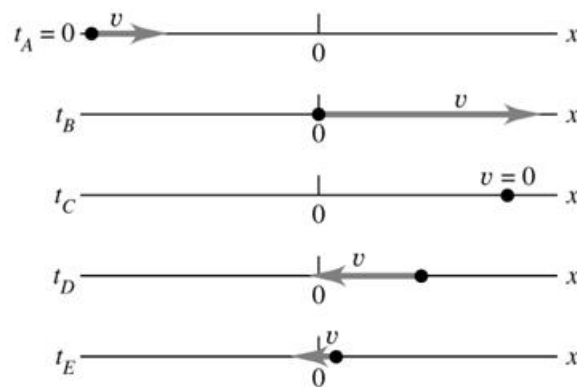


Cálculo da velocidade usando um gráfico $x-t$

O valor da inclinação da reta tangente, ou seja, a velocidade instantânea, deve ser medida com o auxílio de uma régua.



(a)



(b)

Velocidade escalar

A velocidade escalar é o módulo da velocidade instantânea.

$$v_e = |\mathbf{v}|$$

Como o nome sugere, a velocidade escalar é uma
grandeza escalar.

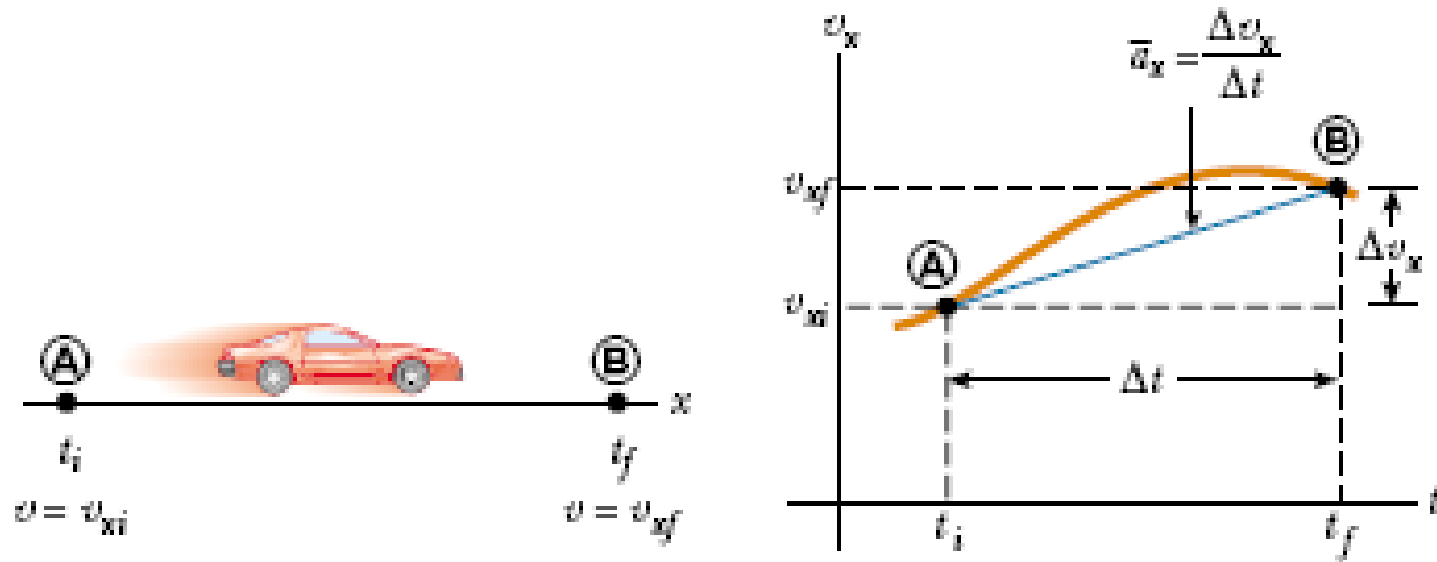
Accleração média

Definição:

$$a_{m,AB} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A}$$

Ou simplesmente...

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Aceleração média

Decolagem de um F14 Tomcat num porta-aviões



$$a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{(100 \text{ m/s}) - (0 \text{ m/s})}{(5,0 \text{ s}) - (0,0 \text{ s})} = \frac{100 \text{ m/s}}{5,0 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}^2$$

$$a_m \approx 2g$$

Aceleração média

Aterrisagem de um F18 Hornet num porta-aviões



$$a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{(0 \text{ m/s}) - (100 \text{ m/s})}{(3,8 \text{ s}) - (0,0 \text{ s})} = \frac{-100 \text{ m/s}}{3,8 \text{ s}} = -26 \text{ m/s}^2 \quad a_m \approx -2,5g$$

Aceleração média

Aceleração de um dragster de 0 a 515 km/h (143 m/s) em 4,5 s



$$a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{(143 \text{ m/s}) - (0 \text{ m/s})}{(4,5 \text{ s}) - (0,0 \text{ s})} = \frac{143 \text{ m/s}}{4,5 \text{ s}} \approx 32 \text{ m/s}^2$$

$$a_m \approx 3g$$

<http://br.youtube.com/watch?v=A4dJz6b9204>

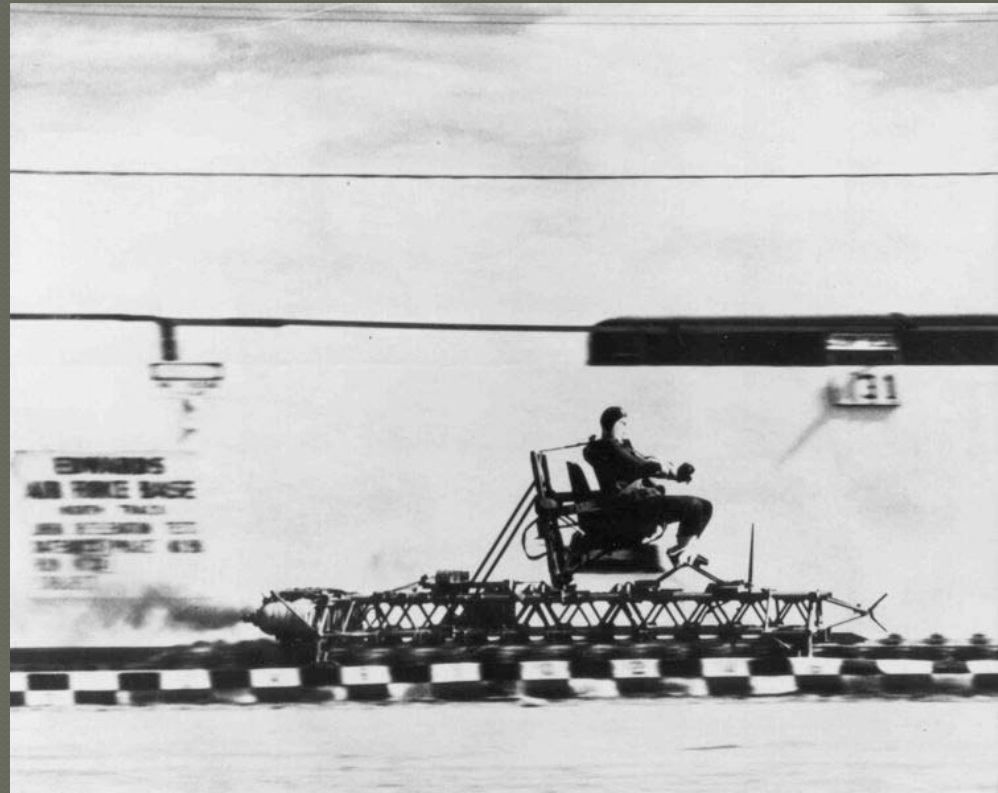
Aceleração média

Recorde mundial de velocidade em terra

Estabelecido em 19/03/1954. Perdurou por décadas.



Cel. John P. Stapp
(1910-1999)



Velocidade máxima atingida = 1.020 km/h

Aceleração média

Recorde mundial de velocidade em terra



A desaceleração, em apenas 1,4 s, foi de -202 m/s^2 , que é equivalente a -20 g .



Velocidade e aceleração médias

Final dos 100 m rasos – Olimpíadas de Atenas - 2004

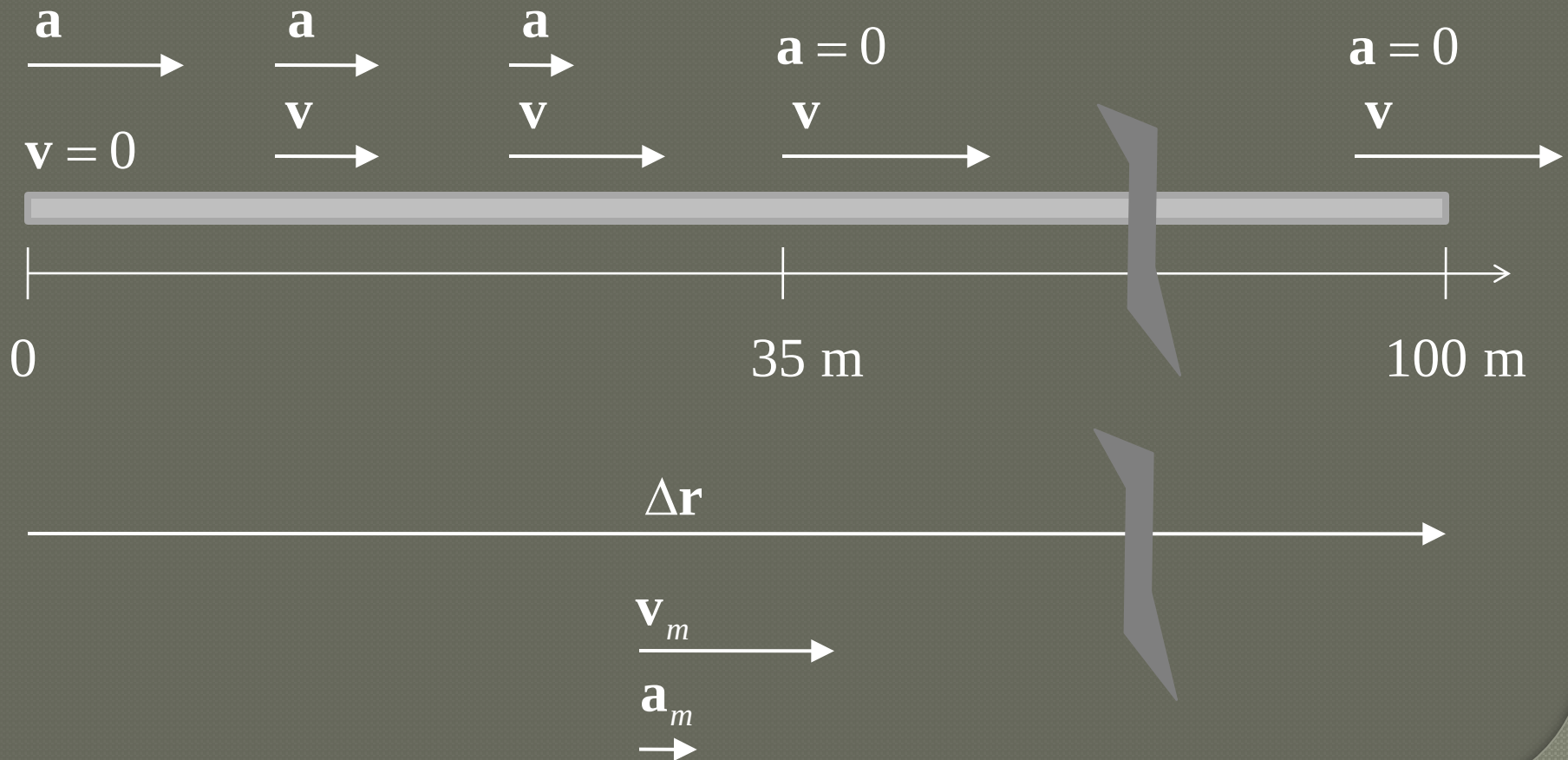


$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{9,85 \text{ s}} \approx 10,2 \text{ m/s}$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10,152 \dots \text{ m/s}}{9,85 \text{ s}} \approx 1,03 \text{ m/s}^2$$

Deslocamento, velocidade e aceleração

Corrida de 100 m rasos



Aceleração instantânea

Definição:

A aceleração instantânea é o limite da aceleração média, quando o intervalo de tempo tende a zero. Ela é igual à taxa de variação da velocidade com o tempo.

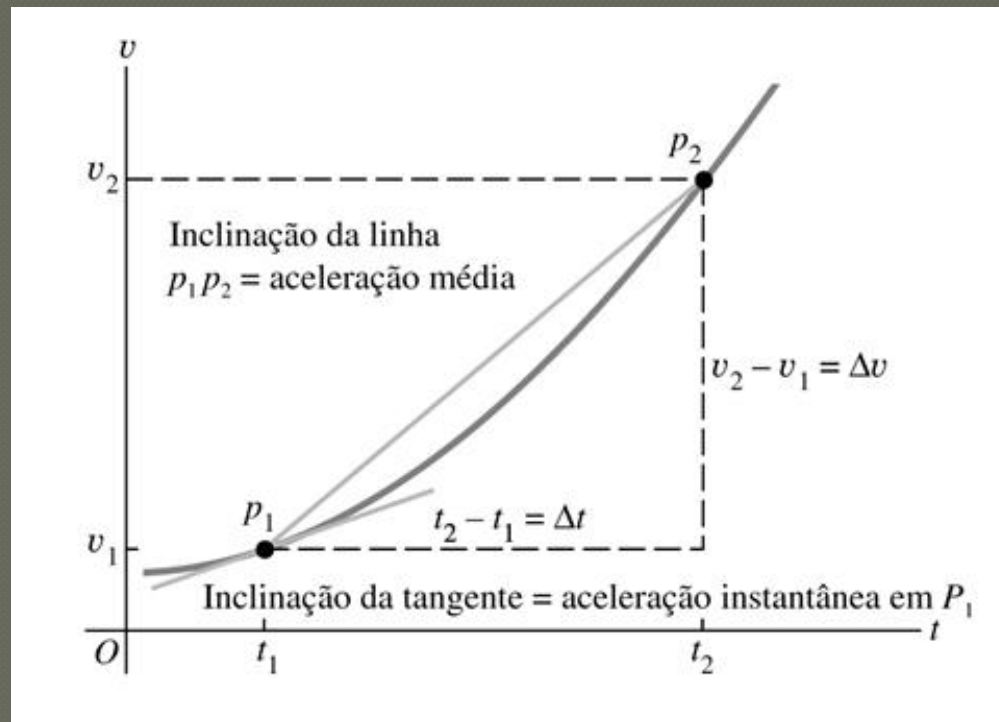
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$\frac{dv}{dt}$ é a **derivada primeira** da função $v(t)$ em relação a t .

$\frac{d^2 x}{dt^2}$ é a **derivada segunda** da função $x(t)$ em relação a t .

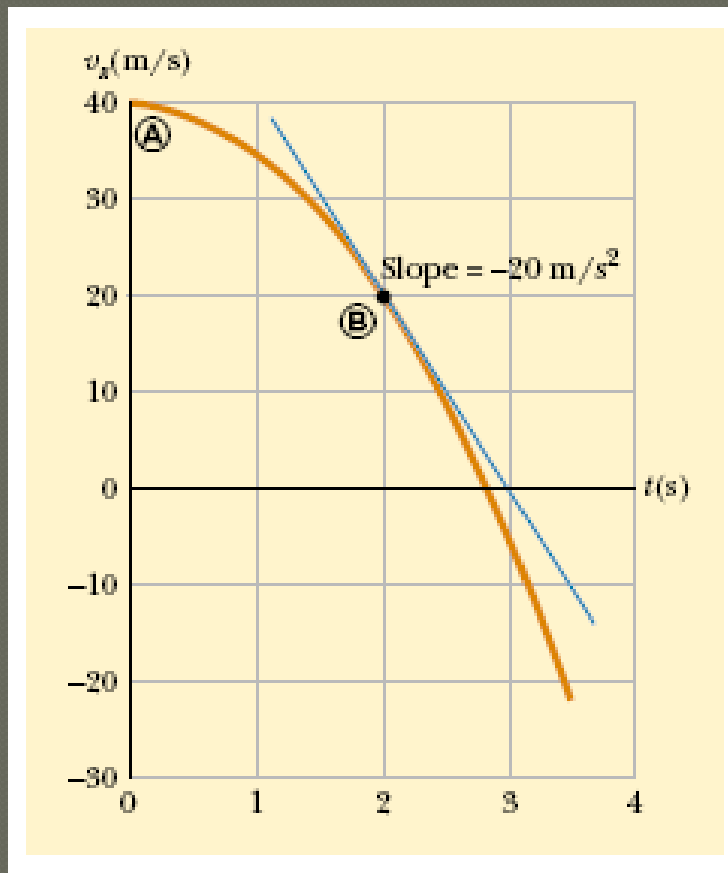
Aceleração instantânea

Em um gráfico da velocidade da partícula em função do tempo, $v(t) = f(t)$, a aceleração instantânea em qualquer ponto é igual à inclinação da tangente da curva nesse ponto.



Aceleração instantânea

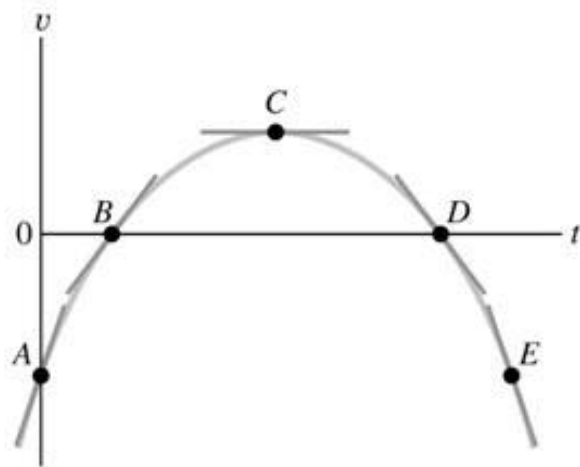
Em um gráfico da velocidade da partícula em função do tempo, $v(t) = f(t)$, a aceleração instantânea em qualquer ponto é igual à inclinação da tangente da curva nesse ponto.



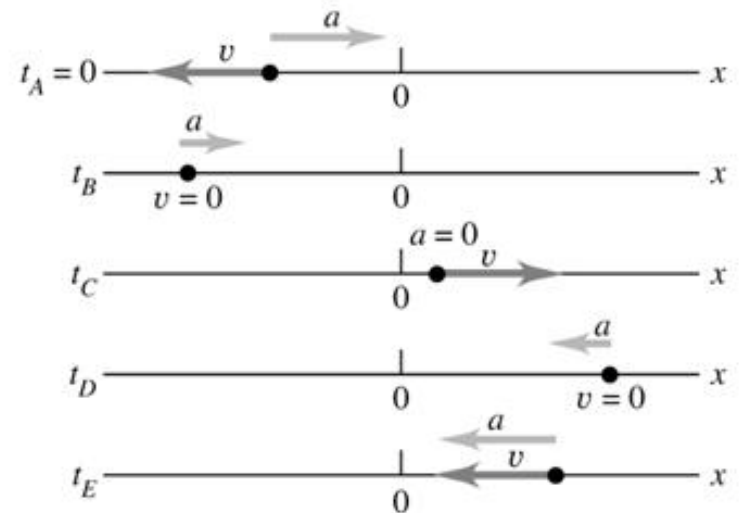
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_{t+\Delta t} - v_t}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Aceleração instantânea

Gráfico $v-t$



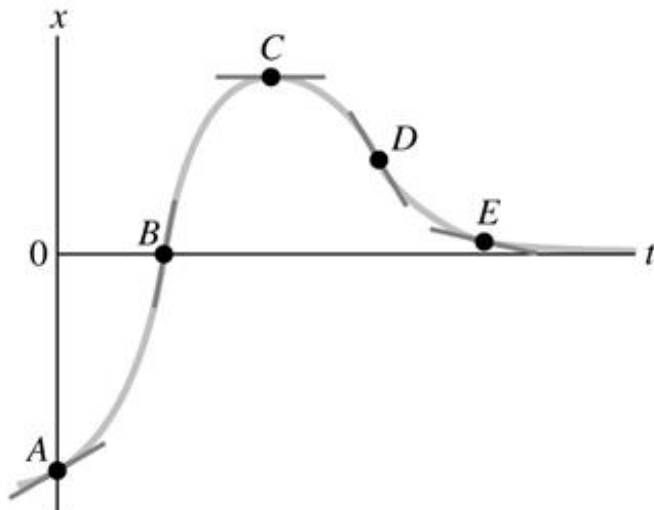
(a)



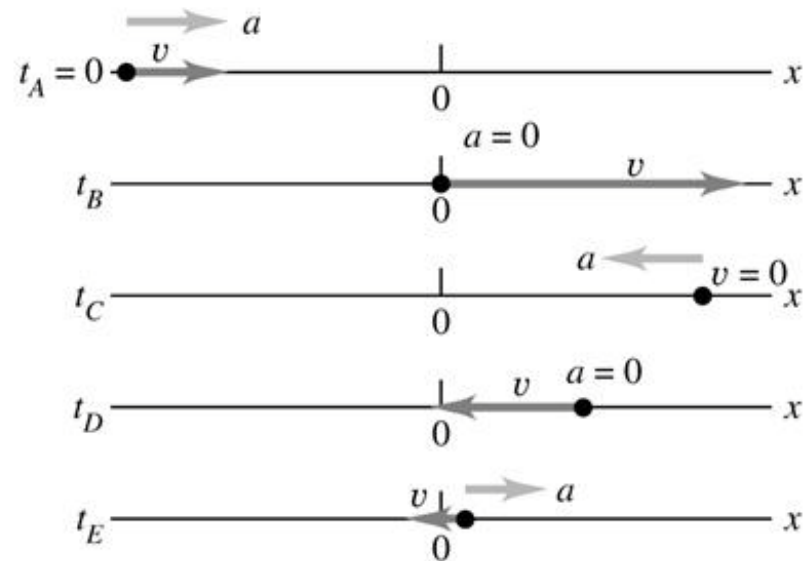
(b)

Velocidade e aceleração instantâneas

Gráfico $x-t$

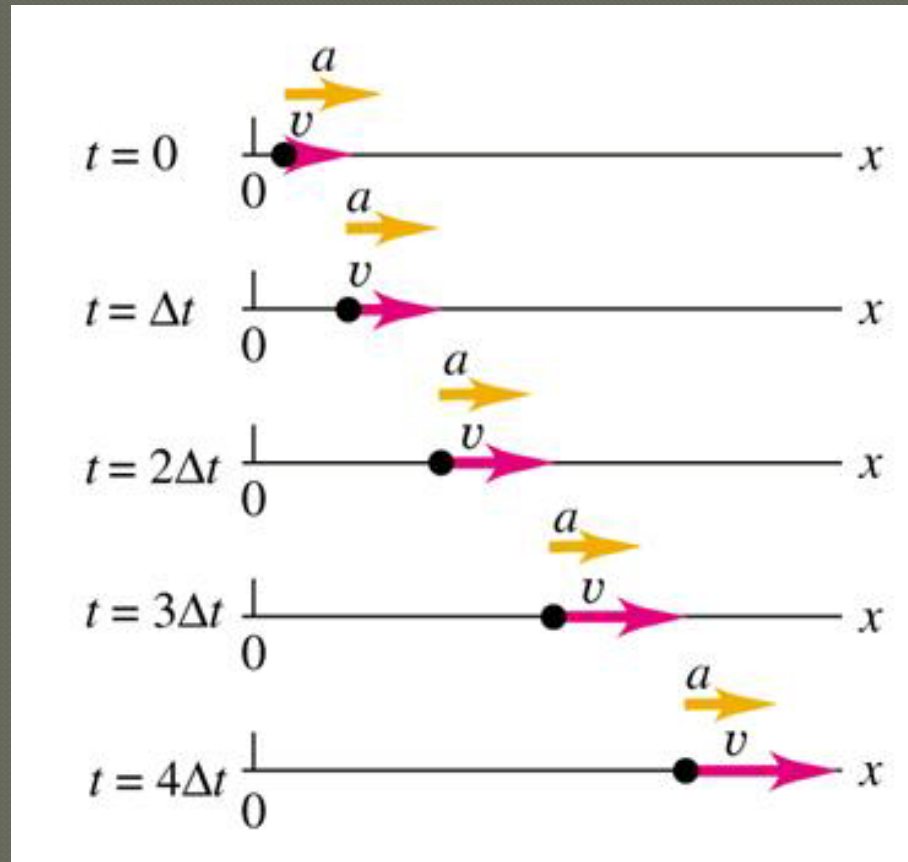


(a)



(b)

Movimento com aceleração constante



Movimento com aceleração constante

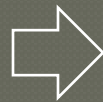
Equações

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$



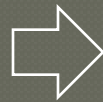
$$v = v_0 + at$$

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x - x_0}{t - 0}$$



$$v_m = \frac{x - x_0}{t}$$

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$



$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$v = v_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Movimento com aceleração constante

Equações

$$v = v_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

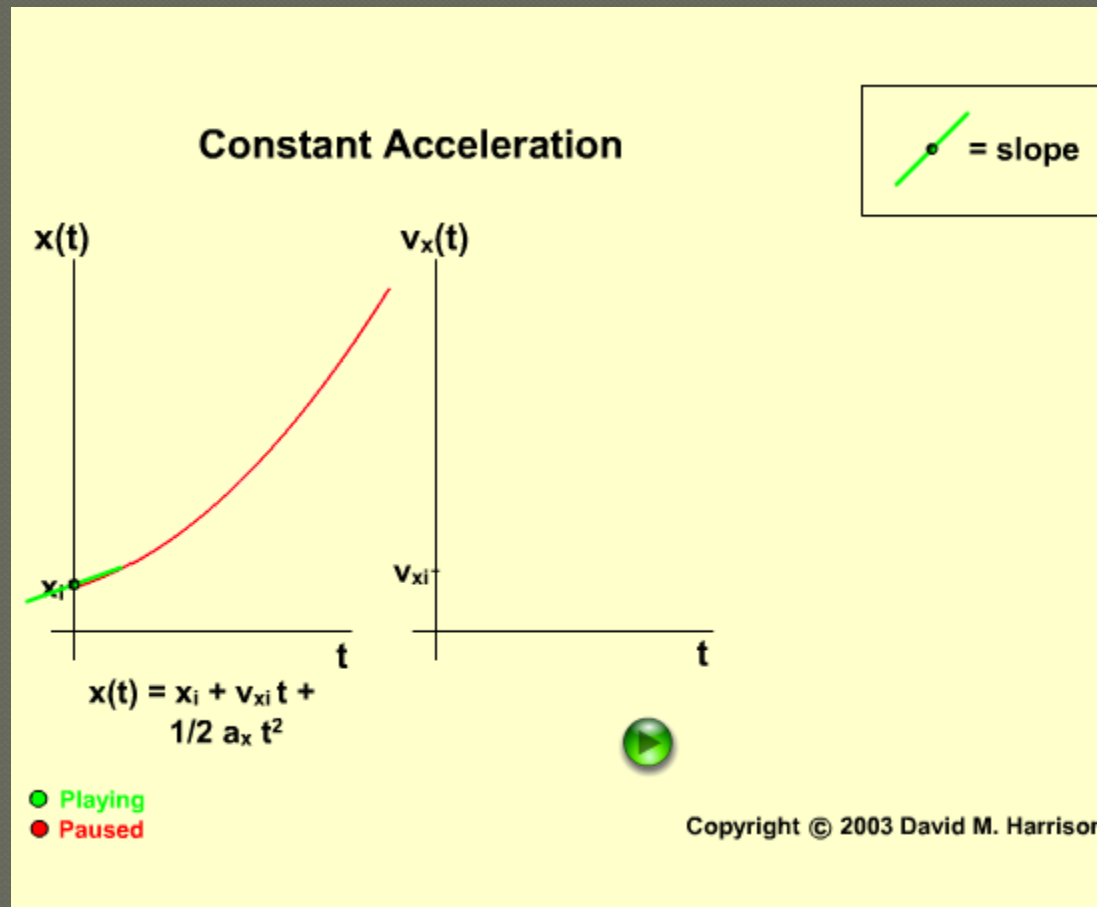
$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

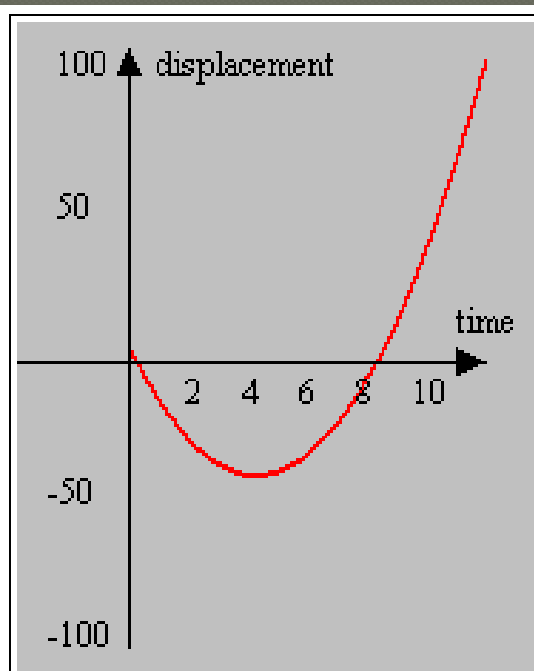
$$x - x_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

Estas equações são válidas apenas quando a **aceleração é constante!**

Movimento com aceleração constante



Movimento com aceleração constante



$$x_0(\text{m}) = 5 \quad \begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline - \\ \hline \end{array} \quad v_0(\text{m/s}) = -20 \quad \begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline - \\ \hline \end{array} \quad a(\text{m/s}^2) = 4.5 \quad \begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline - \\ \hline \end{array}$$

Movimento com aceleração constante

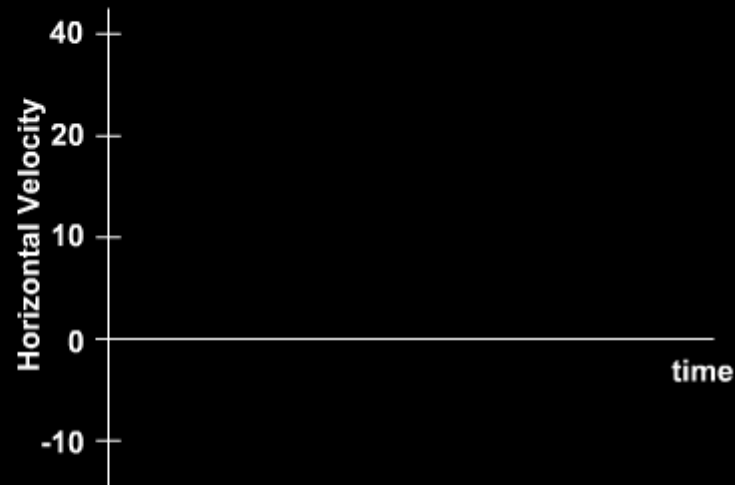


Motion Animation

Velocity
Vector



Acceleration
Vector



$v_0 = 12$

Set Acceleration:

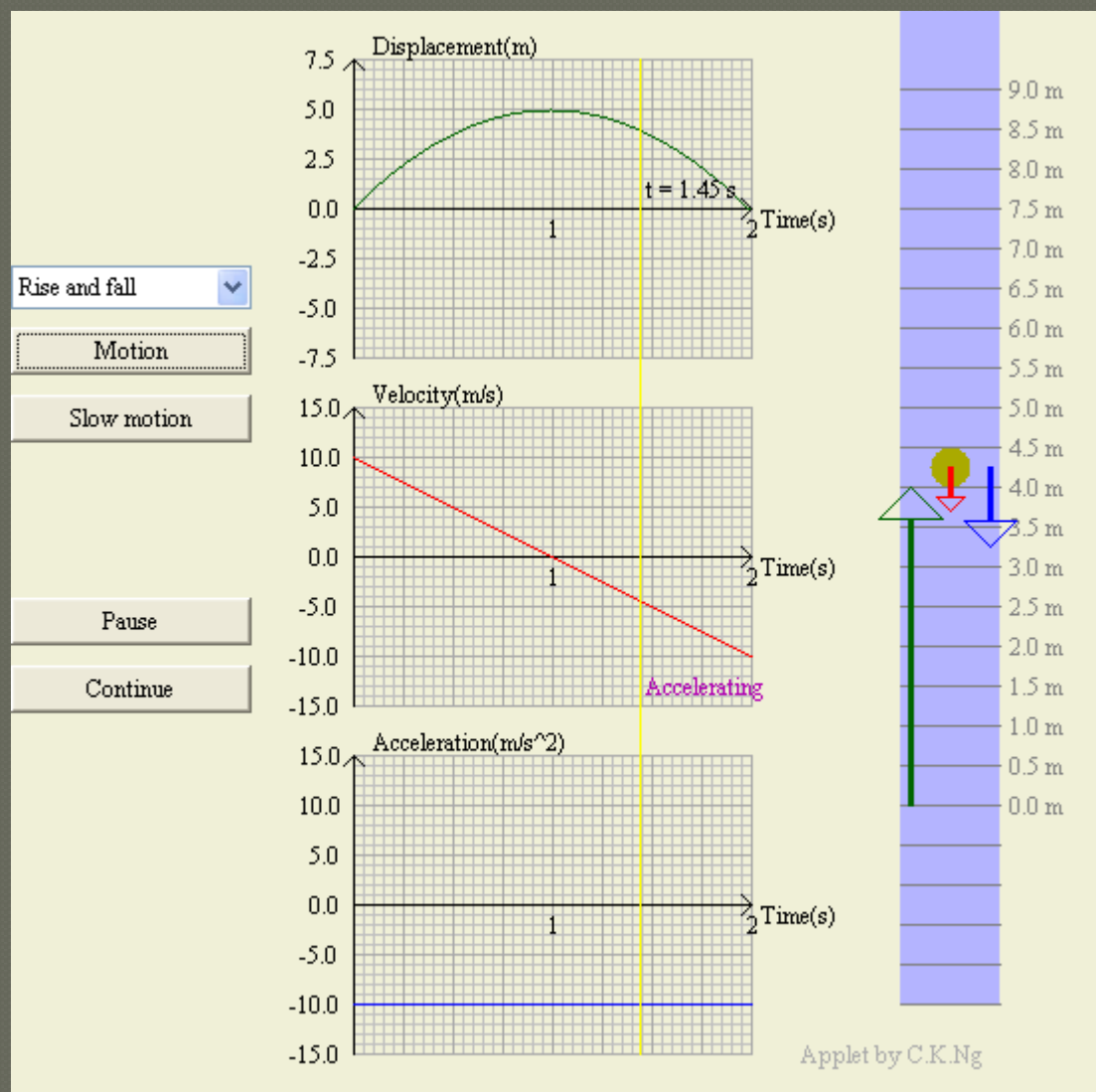


Units are arbitrary



Copyright © 2003
David M. Harrison

Movimento com aceleração constante



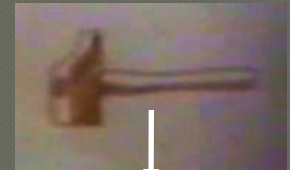
Queda livre de corpos

Segundo a visão aristotélica, corpos mais pesados deveriam cair mais rápido.

t_0



t_1



$\mathbf{v}_M$



$\mathbf{v}_B$

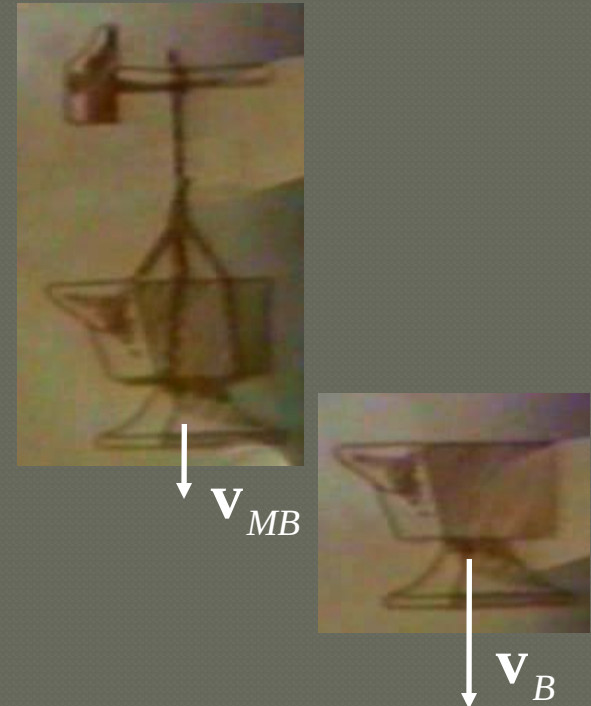
Queda livre de corpos

Galileo imaginou que se um corpo leve fosse amarrado a um corpo pesado, o leve atrasaria a queda do mais pesado.

t_0



t_1



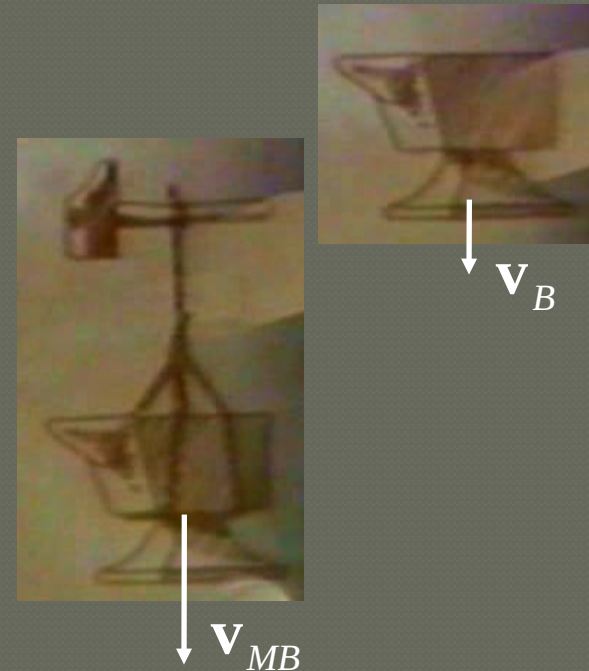
Queda livre de corpos

Galileo concluiu que isso entra em contradição com a idéia de que os corpos mais pesados (o martelo amarrado à bigorna) deveriam cair mais rápido do que os mais leves (o martelo).

t_0



t_1



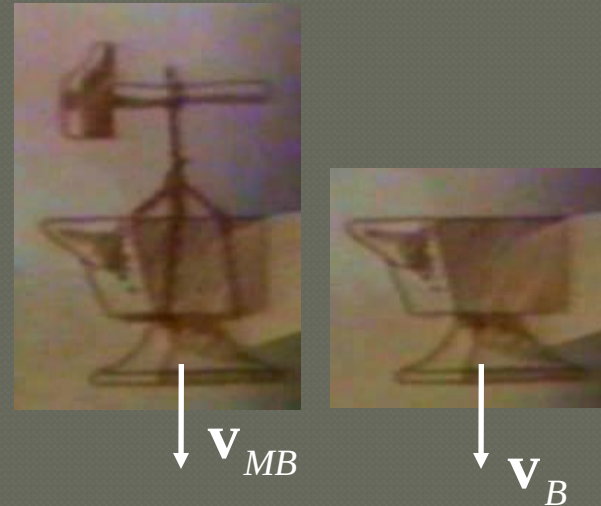
Queda livre de corpos

A conclusão de Galileo foi de que todos os corpos devem cair com a mesma aceleração.

t_0



t_1



Queda livre de corpos

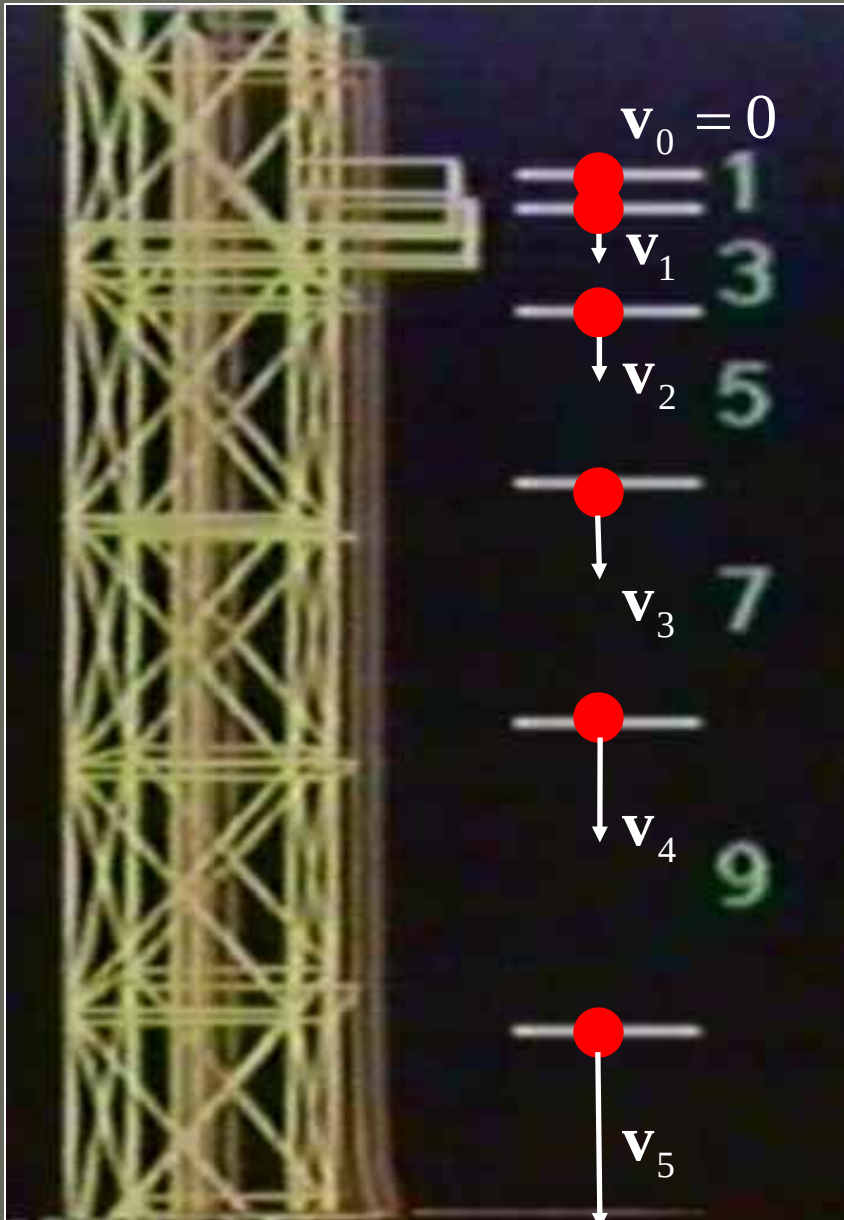
Astronauta David Scott – Apolo 15 (Ago/1971)



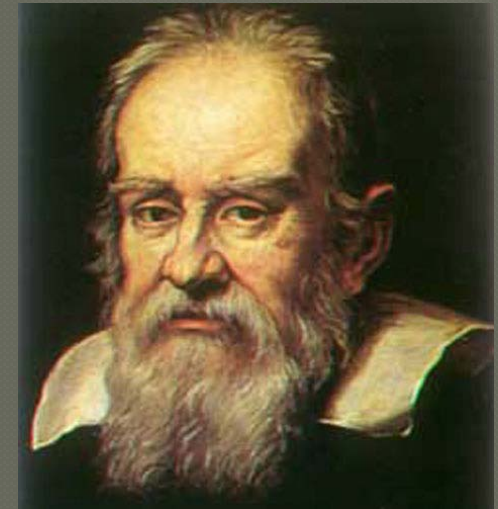
"... In my left hand, I have a feather. In my right hand, a hammer. ... One of the reasons we got here today was because of a gentleman named Galileo a long time ago who made a rather significant discovery about falling objects in gravity fields. ... The feather happens to be, appropriately, a falcon feather, for our Falcon, and I'll drop the two of them here and hopefully they'll hit the ground at the same time. [They did.] ... This proves that Mr. Galileo was correct in his findings. "

http://br.youtube.com/watch?v=5C5_dOEyAfk

Queda livre de corpos



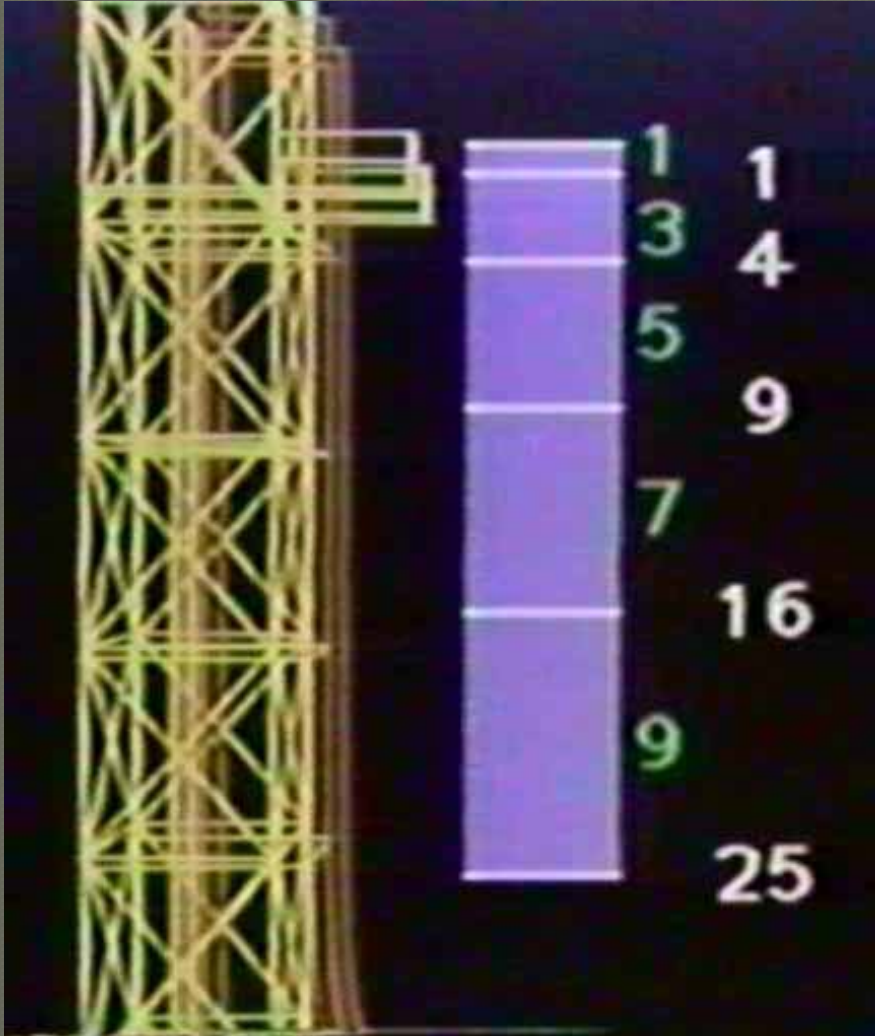
©1985 by Caltech and INTELCOM



Galileo Galilei
(1564-1642)

Galileo observou que a cada intervalo de tempo, um objeto em queda livre percorre distâncias que estão na proporção de números ímpares consecutivos.

Queda livre de corpos



©1985 by Caltech and INTELCOM

Galileo observou também que, a cada intervalo de tempo, as distâncias totais percorridas estão na proporção de quadrados perfeitos. Logo...

A conclusão é que a distância percorrida em queda livre é proporcional ao quadrado do tempo de queda.

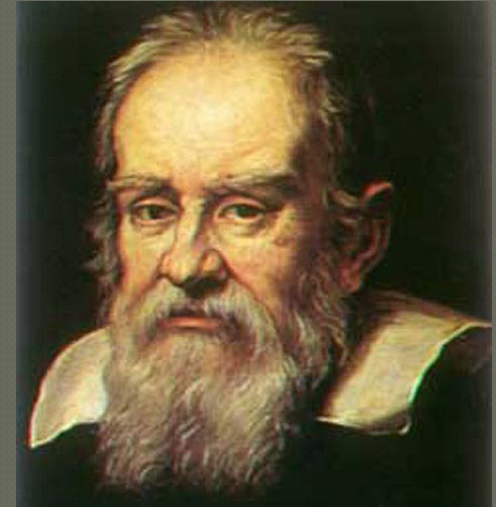
$$s(t) \propto t^2$$

$$s(t) = ct^2$$

Queda livre de corpos

Apesar de a expressão $s(t) = ct^2$ permitir o cálculo da **distância percorrida** em queda livre após um certo **intervalo de tempo**, Galileu foi incapaz de calcular a **velocidade** do corpo num certo **instante de tempo**.

$$v = v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{0} ???$$



Galileo Galilei
(1564-1642)

Galileu desconhecia a ferramenta matemática necessária para isso: a **derivada**.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Queda livre de corpos

Qual é a velocidade de queda em cada instante de tempo?

$$s(t) = ct^2$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{c(t + \Delta t)^2 - ct^2}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{c\cancel{t}^2 + 2ct\Delta t + c\Delta t^2 - c\cancel{t}^2}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2ct\cancel{\Delta t} + c\cancel{\Delta t}^2}{\cancel{\Delta t}}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 2ct + c\Delta t$$

$$\boxed{v = 2ct}$$

Queda livre de corpos

Qual é a aceleração de queda em cada instante de tempo?

$$v(t) = 2ct$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2c(t + \Delta t) - 2ct}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2\cancel{c}t + 2c\Delta t - 2\cancel{c}t}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2c\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}}$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 2c$$

$$\boxed{a = 2c}$$

Queda livre de corpos

Como $a = g$, teremos...

$$a = g = 2c \quad \Rightarrow \quad c = \frac{g}{2}$$

Logo...

$$s(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

$$v(t) = gt$$

$$a = g$$

- Os corpos caem com aceleração constante;
- Os corpos caem com velocidade proporcional ao tempo;
- Os corpos caem uma distância proporcional ao quadrado do tempo;

Queda livre de corpos

Mais importante que tudo...

No vácuo, todos os corpos caem com a mesma aceleração.



g



g



g



g

A explicação para este fenômeno foi dada por Einstein, séculos após a morte de Galileu.

Queda livre de corpos

A queda livre é o movimento resultante unicamente da aceleração provocada pela gravidade. Um objeto em queda livre está sujeito a apenas uma força: o seu próprio peso.



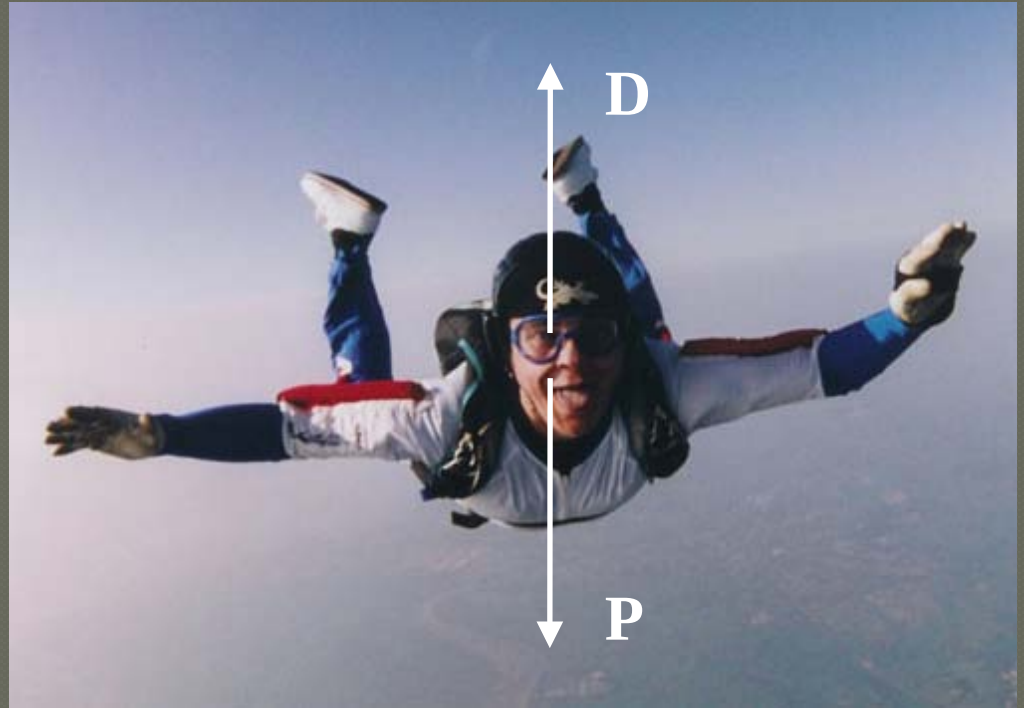
Queda livre de corpos

O pára-quedista só fica em queda livre no instante $t_0 = 0$ do salto, quando a resistência do ar é zero.



$$\mathbf{P} = (m_1 + m_2)\mathbf{g}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{g}$$



$$\mathbf{P} + \mathbf{D} = 0$$

$$\mathbf{a} = 0$$

P = força peso; **D** = força de arrasto do ar

Queda livre de corpos



<http://br.youtube.com/watch?v=8A7DiGzJUvg>

Queda livre de corpos

Equações

$$v = v_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

$$x \rightarrow y$$

$$a = -g$$



$$v = v_0 - gt$$

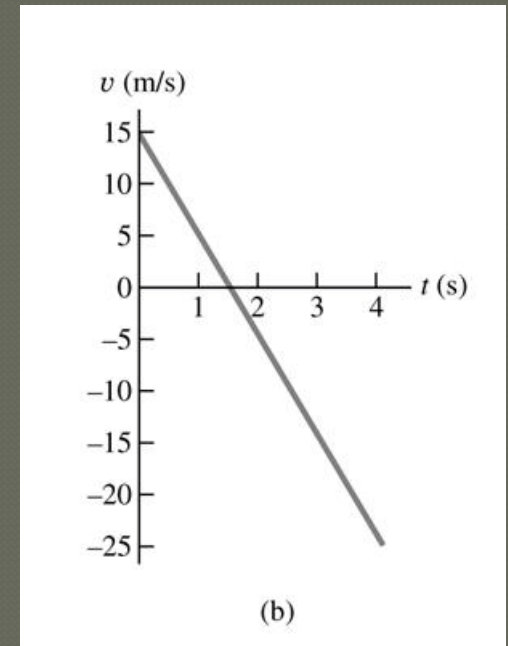
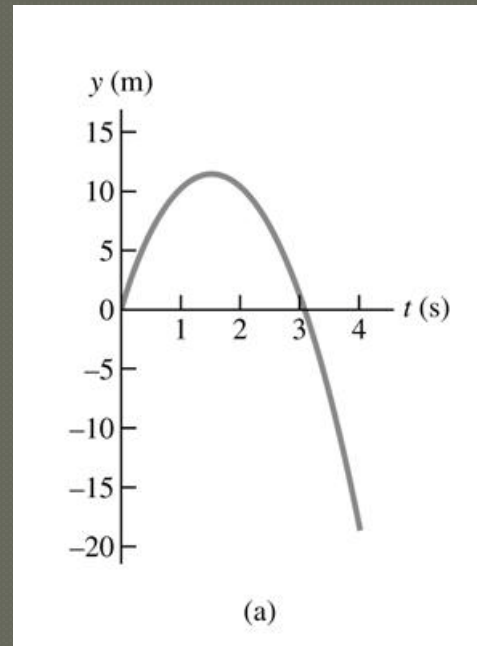
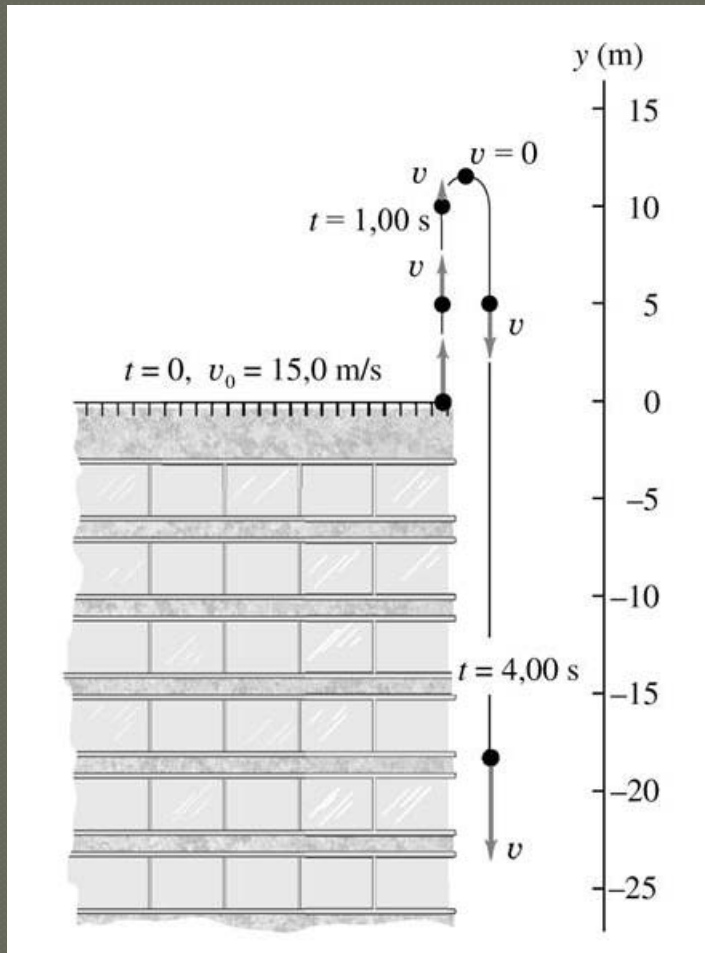
$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$y - y_0 = vt + \frac{1}{2} gt^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$

$$y - y_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

Queda livre de corpos



Diferenciação vs. integração

Derivada

Declividade da
reta tangente



$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Posição

Velocidade

Aceleração

$$x = \int v dt$$

$$v = \int a dt$$

Integral

Área sob a curva



Regras de diferenciação

Derivada de uma constante: $\frac{da}{dx} = 0 \quad (a = \text{constante})$

Derivada de uma potência: $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$

Derivada da função seno: $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$

Derivada da função cosseno: $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$

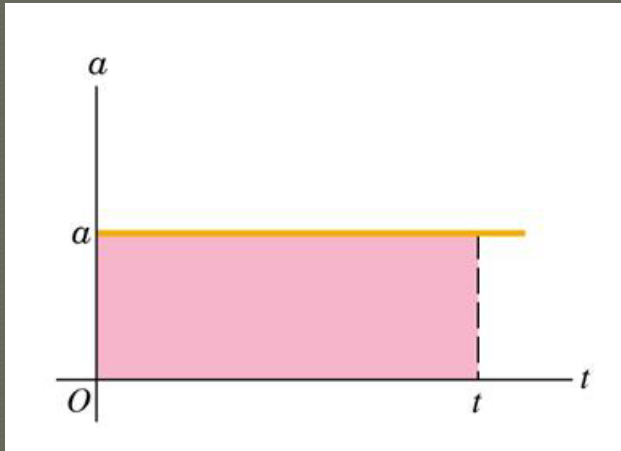
Regra da soma: $\frac{d(y+z)}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx}$

Regra do produto: $\frac{d(yz)}{dx} = y \frac{dz}{dx} + z \frac{dy}{dx}$

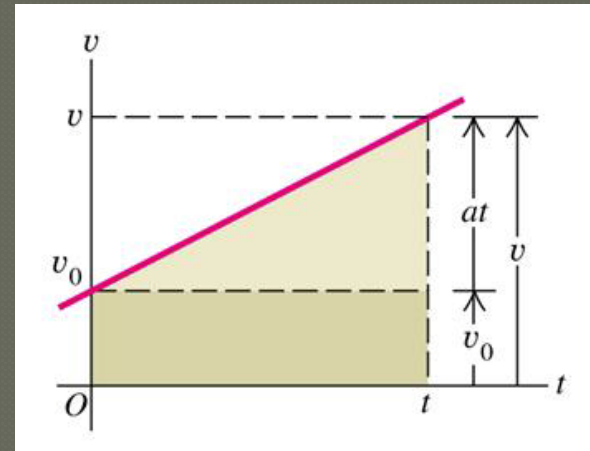
Regra da cadeia: $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt}$

Velocidade e posição por integração

Aceleração constante



$$v = \int a dt = at$$

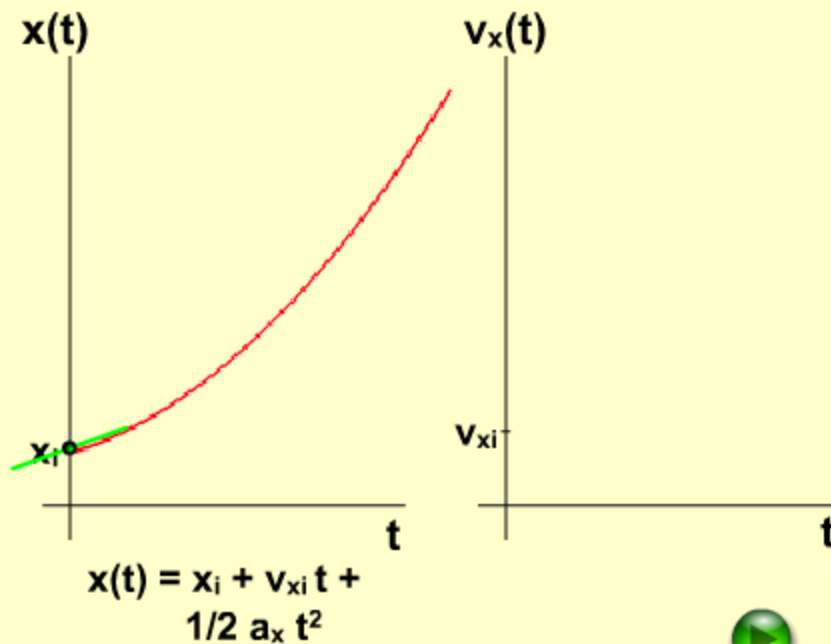
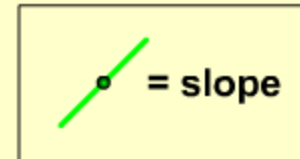


$$x = \int v dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Velocidade e posição por integração



Constant Acceleration



● Playing
● Paused

Copyright © 2003 David M. Harrison